LAS MEDIDAS CASTELLANAS EN LAS REGLAS DE TRAZADO

Entre los estudios de composición arquitectónica, uno de los más abandonados ahora es el referente a las relaciones entre las medidas, ya que no suelen usarse por los arquitectos actuales los trazados reguladores ni las relaciones numéricas, tan conocidas en otros tiempos. Favorece este abandono la falta actual de una unidad de medida que sea útil. El metro es una unidad obtenida de un modo arbitrario, sin relación con el hombre que ha de construir y usar el edificio, ni con la naturaleza que ha de proporcionar los materiales.

Ernst Neufert, en su artículo "Teoría de la ordenación en la construcción" ("Die Kunst im Deutschen Reich", octubre 1943) y en su libro del mismo título (no consultado) propone como base de medida 1,25 metros, y la desarrolla según un sistema que obtiene después de un profundo estudio de los sistemas de medidas de la época clásica, de la Europa anterior al sistema métrico, y de los métodos del Japón y de la India. Max Theuer presenta un estudio completo de la aplicación del sistema de medidas griego en su monografía sobre "El Altar del Artemisión en Magnesia del Meandro" (edición de Rudolf Rohrer, Viena, sin fecha). Aplicación práctica de las unidadesespañolas puede verse en la obra "Trazas de Juan de Herrera y sus seguidores para el Monasterio del Escorial" (Patrimonio Nacional, estudio preliminar por Matilde López Serrano, Madrid, 1944). El trabajo que en esta Revista se publica, del alumno de la Escuela de Arquitectura de Madrid Sr. Sancho, constituye una aportación importante a estos estudios, iniciados en la clase de Composición Elemental. Es el primer artículo de una serie en que se tratará de investigar en España, y para su aplicación en nuestro tiempo, los siguientes puntos:

1) Determinación de la unidad de medida.
2) Sistema de múltiplos y divisores.
3) Trazados reguladores.
4) Aplicación en la obra y en el taller.

Sobre el primer punto ya queda expuesta la adopción por Neufert de la unidad de 1,25 metros. Sobre la segunda, también Neufert expone otro sistema distinto del decimal, ya que éste no ha sido empleado por ningún pueblo antiguo (el P. Lamy, "Introducción a la Sagrada Escritura", Madrid, 1795, imprenta de Benito Cano, expone el sistema hebreo, que tampoco es decimal), ni tiene relación clara con las cosas naturales, como puede verse en la tabla periódica de los elementos químicos, o en los estudios de Hans Kayser sobre el concepto acústico del mundo ("Der hörende Mensch", edición Lambert Schneider, Berlín, 1930) y sobre las proporciones de la plantas ("Harmonia Plantarum", edición Benno Schwabe, Basilea, sin fecha). Del estudio de los dos primeros puntos pueden deducirse los dos restantes, pues en la actualidad resultan demasiado complicados los trazados reguladores y su aplicación en la práctica, y es de suponer que en otros tiempos serían tan sencillos como para hacer posible su aplicación general. También es necesario quitar a esos trazados el sabor esotérico y pseudo-místico que a veces se quiere darles ahora, y reducirlos a sus límites prácticos. Finalmente, la concordancia de todo ello con el sistema métrico decimal es necesaria, y así ha de estudiarse para hacer posible su aplicación y para volver a las sencillas medidas que usaron nuestros antecesores.

LUIS MOYA.
Catedrático de la Escuela Superior
de Arquitectura de Madrid.

PROLOGO

Al morir el siglo XVIII, el sistema métrico decimal cruzaba los Pirineos.

No tardó la Arquitectura sobre nuestro suelo en abdicar su título de española.

Hasta entonces existió una doctrina, algo así como el alma de la personalidad hispánica, que, sin haber sido enunciada, estaba patente en todo lo español. Fué una unidad de espíritu que, bajo las características peculiares de cada época, se reconoce en todas nuestras construcciones.

Si se conociesen las reglas que presidieron el trazado de las obras del setecientos, últimas que llevan impreso el sello español en este lado del Atlántico, se tendría la base de partida ideal para estudiar la Arquitectura de épocas más lejanas.

Poco se sabe hoy de las normas españolas de composición arquitectónica y, sin embargo, están escritas en infinitos patios y fachadas, y podríamos leerlas en el mismo idioma en que fueron concebidas.

Disponemos del vocabulario: el sistema de medidas tradicionales en nuestro suelo. Nos falta sólo la sintaxis: las reglas con que se las manejaba en el trazado arquitectónico.

Los resultados a que se llega en este trabajo podrían quizás ser una prueba de que la composición constituía, para nuestros clásicos, una verdadera técnica.

La utilidad de esa ciencia se puede juzgar considerando que aquellos maestros crearon con ella fórmulas de trazado e instrumentos de trabajo tan sencillos y prácticos que les permitieron disponer de una mano de obra artesana que hoy les envidiamos.

I

LAS MEDIDAS

El sistema castellano posee una dualidad en sus medidas que es, quizás, la más notable de sus características. En el cuadro de la figura 1.ª se observa cómo la vara empieza por subdividirse, simultáneamente, en 3 pies y en 4 palmos. La

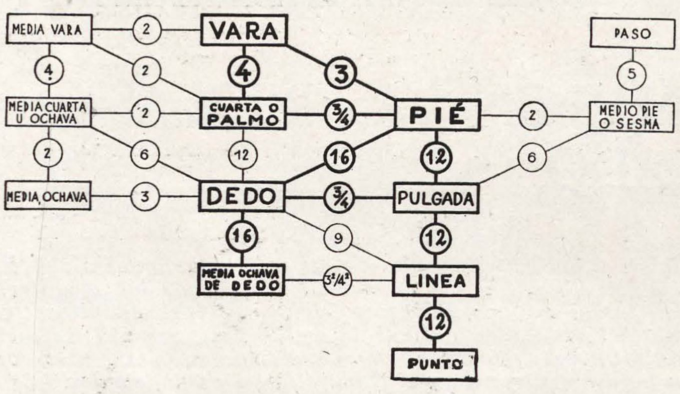

Figura 1ª.—Cuadro de las medidas castellanas.

raíz de las medidas longitudinales, el pie, es a su vez punto de partida de una doble subdivisión, cuyas bases, 12 y 16, son equimúltiplos de 3 y de 4.

De esta forma, la relación de 3 a 4 que existe entre el palmo y el pie, es la misma que guarda el dedo con la pulgada; relación cuya utilidad comprobaremos más adelante.

* * *

El conjunto de la plaza Mayor de Madrid pertenece a tres épocas diferentes.

Juan Gómez de Mora, sobrino de un discípulo de Herrera, proyectó la plaza. Gran parte de su obra, comenzada cuando alboreaba el siglo XVII, ha sobrevivido a los incendios. En ella se encuentran las medidas castellanas en todos sus elementos constructivos. Los pilares de los soportales, cuya sección en planta es un rectángulo de una vara por un paso, y la arquería dórica de la Casa Carnicería, en cuya ordenación está empleado el pie, canónicamente, como módulo, nos pueden servir como ejemplos.

Juan de Villanueva, dos siglos después, cuando se estaba creando el sistema métrico decimal, proyectó la última reconstrucción; reedificó lo destruído por los incendios, de los cuales, el más reciente había ocurrido en 1790. Respetó Villanueva las medidas de Gómez de Mora, y al añadir, por iniciativa propia, los arcos que cierran las calles de acceso a la plaza, les dió una archivolta de un pie de ancho, que arranca de unos pilares en cuya traza se repiten medidas de un paso, pie y medio, pie y cuarto, etc.

José Ximénez Donoso, en época intermedia (1674), dejó la huella barroca de su paso en la actual fachada de la Casa de la Panadería, cuyos dibujos han dado tema a este trabajo. Adoptó, para los huecos de las ventanas las siguientes proporciones clásicas:

1.er Piso.—3 : 5; 2.º Piso.—5 : 8 (Proporciones áureas).

3.er Piso.—25 : 36 = $5^2 : 6^2$ (aproximado a $1 : \sqrt{2}$)

El ancho común de todos los huecos es de 75 pulgadas, mínimo común múltiplo de los factores 3, 5 y 25, que corresponden a los lados menores en las tres proporciones. Las alturas, en disminución a medida que suben de piso, son, pues:

1.er Piso.—125 pulgadas; 75 : 125 = 25 (3 : 5).
2.º Piso.—120 pulgadas; 75 : 120 = 15 (5 : 8).
3.er Piso.—108 pulgadas; 75 : 108 = 3 (25 : 36).

La ordenación de los soportales en el lienzo Sur de la plaza Mayor, entre la calle de Toledo y la esquina de la escalerilla de Cuchilleros, presenta una particularidad notable, que citaremos como último ejemplo.

Existen ocho pilares de 30 pulgadas (un paso) de frente, que dividen en nueve partes una distancia de 1.126 pulgadas, de las que ellos ocupan un espacio macizo de 240 (30 × 8). Al dividir las 886 restantes entre los 9 huecos a que corresponden, se obtiene un cociente de 98 pulgadas, con un resto de 4.

Pues bien: este resto aparece repartido entre los 4 huecos de la derecha, que miden así 99 pulgadas cada uno. Los 5 restantes tienen sus 98 pulgadas exactas.

Este procedimiento, que, con ligeras variantes, aparece en toda la plaza, demuestra que los constructores que manejaban la pulgada en sus trazados rara vez la dividían.

En las tres épocas citadas se nota muy poca variación en las medidas empleadas, cuya equivalencia en centímetros conocemos perfectamente hoy día:

1 vara	= 835,9 mm.;	aproximadamente	84 cm.
1 paso	= 696,2 mm.;	—	70 cm.
1 pie	= 278,6 mm.;	—	28 cm.

II

LAS REGLAS DE TRAZADO

Una anomalía aparece en la fachada de la Casa de la Panadería: De los motivos ornamentales que componen su cuerpo central, unos han sido trazados en pulgadas enteras, mientras que otros presentan dimensiones en dedos, irreducibles a pulgadas exactas (*).

Estos últimos elementos tienen entre sí una relación: Provienen del trazado del arco de dos volutas que cierra el nicho del escudo.

A continuación veremos la marcha seguida para establecer las reglas de trazado del citado arco, y ellas nos enseñarán que Ximénez Donoso no obró caprichosamente cuando empleó dimensiones en dedos.

A) Primer paso. — Trazado del arco de carpanel de tres centros.

El carpanel es un tipo, quizás el más clásico, de arco rebajado. Se caracteriza por la diferencia entre su semiluz y su flecha. Cada moldura de la archivolta de un mismo carpanel aumenta o disminuye en igual cantidad la flecha y la semiluz, manteniendo invariable la diferencia de ambas.

Una vez determinado el triángulo de los tres centros, se dibujan con él todas las molduras del arco. Los elementos determinantes de este triángulo son, su altura a y su semibase b, distancias coordenadas de los centros de dibujo al de la figura, O. (Fig. 2.ª).

La relación que existe entre la característica del arco y las del triángulo de los centros es fácil de poner en ecuación:

$$CP = BP = BM + MP = AM + MP = AO - MO + MP.$$

Llamando f a la flecha del arco, l a la semiluz y k a la diferencia de ambas, podemos sustituir:

$$f + a = l - b + \sqrt{a^2 + b^2}$$

de donde:

$$k = l - f = a + b - \sqrt{a^2 + b^2} \quad (1)$$

ecuación de dos incógnitas, a y b, que admite infinitos pares de soluciones.

La ecuación es simétrica; esto es, que cada par de soluciones da dos dibujos distintos para el arco, con la misma diferencia entre semiluz y flecha, y sin más que permutar sobre la figura a y b.

(*) La reciente restauración de la Casa de la Panadería, que tuvo su fachada cubierta de andamios durante unos meses, coincidió con los días en que fuimos encargados de estudiar la plaza Mayor ocho alumnos, entonces inscritos en el Curso Complementario de Arquitectura.

A esta facilidad para tomar las medidas se unió la complejidad de la ornamentación barroca, que obligó en muchos casos, a tomar varias medidas de comprobación, y gracias a ellas todas las dimensiones que se citan llevan una firme garantía de exactitud.

Con la introducción de un parámetro se condiciona la solución a una sola incógnita.
Así tomemos:

$$a \times n = b \times m; \quad a = b \times \frac{m}{n}.$$

Sustituyendo en (1), tenemos:

$$k = b \times \frac{m}{n} + b - \sqrt{b^2 \times \frac{m^2}{n^2} + b^2} = \frac{b}{n}\left(m + n - \sqrt{m^2 + n^2}\right) \qquad (2)$$

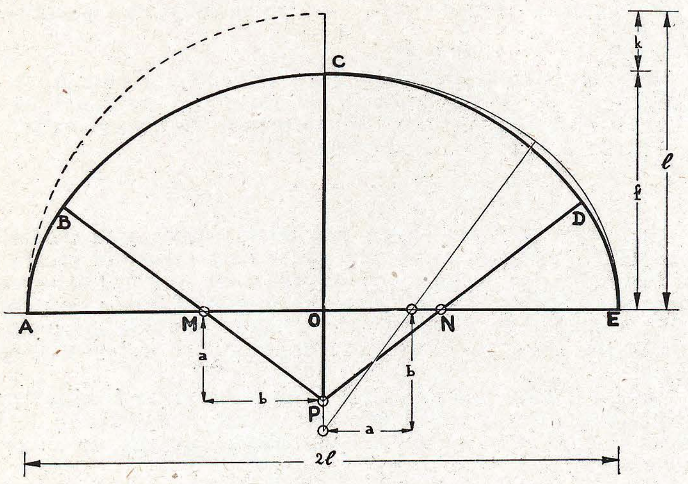

Figura 2ª.—Trazado del arco campanel de tres centros.

Llamando p al valor del paréntesis de (2) obtenemos:

$$b = \frac{k \times n}{p}; \quad a = \frac{k \times m}{p}. \qquad (3)$$

Deducimos que para que a y b estén expresados por dos números enteros son necesarias dos condiciones:

1.ª Que k sea también entero. En general así ocurre, puesto que la luz y la flecha de un arco se toman, al proyectar, con bastante libertad, y es lógico suponer que se adopten para ellas dimensiones enteras.

2.ª Que para m y n enteros, p también lo sea.

* * *

La Edad Media desconoció las obras de los antiguos clásicos. Su descubrimiento y adopción dió lugar al Renacimiento, el cual no conoció otra matemática que la que los griegos crearon para resolver sus problemas geométricos.

Mientras la civilización occidental no aportó su concepto de los infinitésimos, lo irracional fué un obstáculo tan infranqueable para el matemático europeo como lo había sido para los griegos. Ante un radical adoptaban, indudablemente, soluciones idénticas para sortearlo. Clásica es la

$$3^2 + 4^2 = 5^2 \quad (*).$$

Aplicada a (2) y (3) nos da:

$$m = 3; \quad n = 4; \quad a = 3/4\ b; \sqrt{m^2 + n^2} = 5;$$

$$p = 3 + 4 - 5 = 2; \quad b = k \times \frac{4}{2} = 2k; \quad a = 3/2\ k. \qquad (4)$$

Fórmulas que exigen que k sea par, para que a y b sean enteras. La solución no parece del todo clásica por estar condicionada.

B) Trazado del arco de dos volutas

En la figura 3.ª se puede ver la forma esquemática de este arco. Por la conformación de su intradós, parece un arco de medio punto; pero al observar el trasdós se ve que es otro tipo de arco rebajado, que comienza con centro único en sus arranques y rectifica después su curvatura para tocar en dos puntos, bastante separados, a la moldura inferior de la cornisa que corre sobre él. Esos dos puntos de tangente horizontal son los arranques de las volutas.

La rectificación se hace por dos medios carpaneles, girados 90 grados de su posición habitual, de forma que su semiluz l pasa a ser la flecha F del nuevo arco.

$$F = l.$$

Los dos semiarcos mayores tienen el centro común O; por lo tanto, la semiluz del arco de dos volutas es:

$$L = f + a.$$

La diferencia K entre L y F vale:

$$K = L - F = f + a - l = a - (l - f) = a - k.$$

La construcción, con segmentos enteros, del arco de dos volutas depende de la solución hallada para los carpaneles:

$$a = 3/4\ b; \quad k = 1/2\ b$$
$$K = a - k = 3/4\ b - 1/2\ b = 1/4\ b$$
$$b = 4K; \quad a = 3K, \qquad (5)$$

solución, esta vez, incondicionada, pues basta que K sea entero para que lo sean a y b.

* * *

Pero en el nicho de la Casa Panadería no ocurre así. La flecha F vale exactamente 50 pulgadas, mientras que la semiluz L mide 73 dedos, cantidad irreducible a pulgadas.

$$F = 50 \text{ pulgadas}; \quad L = 73 \times 3/4 \text{ pulgadas};$$

$$K = \frac{73 \times 3 - 50 \times 4}{4} = 19/4 \text{ pulgadas}.$$

Pero de (5):

$$b = 4K = 19 \text{ pulgadas}; \quad a = 3K = 19 \times 3/4 \text{ pulgadas}.$$

El valor de a en pulgadas no puede ser entero, por ser primo 19. Pero 19 veces tres cuartos de pulgada son 19 dedos. Y, en efecto, una de las medidas características en el nicho del escudo, la distancia entre los puntos de contacto de las volutas con la cornisa, es de 38 dedos.

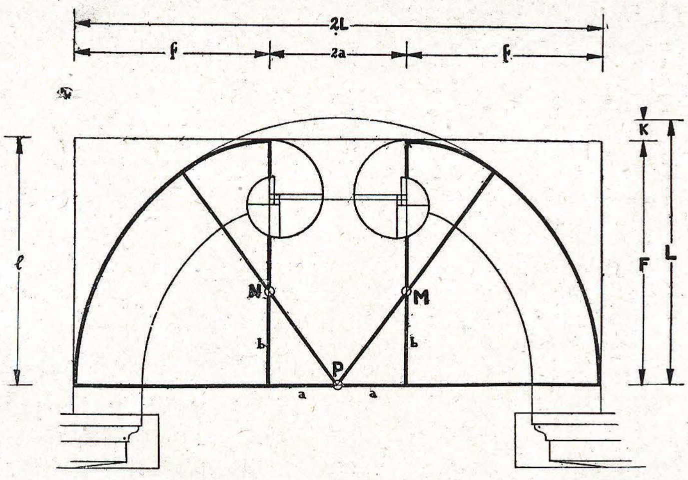

Figura 3ª.—Trazado del arco de las dos volutas.

III

LOS RESULTADOS PRACTICOS

A) Construcción de los arcos de carpanel

La solución de los medios carpaneles que forman el arco de dos volutas es completamente incondicionada; a y b están medidas con la misma cifra abstracta; pero en distintas unidades: dedos y pulgadas.

La construcción resulta muy sencilla. La flecha f y la semiluz l dan una diferencia cuyo doble debe ser un número h, entero, de pulgadas. Sobre dos rectas perpendiculares, y a partir de su intersección, se llevan:

h pulgadas a ambos lados, en la que hace de horizontal.

h dedos hacia abajo, en la que hace de vertical.

En los extremos de estos segmentos se toman los tres centros, con los que se pueden trazar todos los arcos de carpanel cuya diferencia característica k valga 1/2 h pulgadas (*).

(*) Su gemela: $12^2 + 5^2 = 13^2$, aparece también en la Casa Panadería.

(*) Como sabemos, se pueden dibujar los mismos arcos con otra forma, si permutamos a y b en el triángulo de los centros.

B) Construcción del arco de dos volutas

Es indiferente que la flecha o la semiluz estén medidas en dedos. Es suficiente que su diferencia K quede dada en cuartos de pulgada, o, lo que es lo mismo, en tercios de dedo. Se empieza por tomar a tres veces mayor que K, con lo que valdrá siempre un número entero de dedos:

$$a = 3 \times K \text{ pulgadas} = 3 (K \times 4/3) \text{ dedos} = 4K \text{ dedos.}$$
$$a = 3 (H \text{ pulgadas} — J \text{ dedos}) = 3 \times H \text{ pulgadas} — 3 \times J \text{ dedos} = 4H \text{ dedos} — 3J \text{ dedos} = (4H — 3J) \text{ dedos.}$$

Se lleva a a ambos lados en la que hace de horizontal y desde sus extremos se elevan dos verticales, sobre las que se toma b con tantas pulgadas como dedos tiene a. En el extremo de estas verticales se iniciarán, con tangente horizontal, las dos volutas.

C) División por diferencia

En dibujo, es sencillo sumar y restar segmentos rectilíneos e incluso multiplicarlos por un número. La división exige una figura complementaria con trazado de paralelas. En cantería no parece práctico este sistema, y mucho menos el de aproximaciones sucesivas.

Observemos, sin embargo, que la diferencia K del arco de dos volutas está dada en la Casa Panadería en cuartos de pulgada o tercios de dedo, y, no obstante, se le obtiene con pulgadas y dedos enteros.

La cuestión se plantea como una simple reducción de dos quebrados a común denominador. Las bases (12 y 16), que originan la pulgada y el dedo por subdivisión del pie, sólo tienen dos factores no comunes: 3 y 4. Así:

$$h \text{ pulgadas} = h \times 1/12 \text{ pies} = \frac{h}{3} \times 1/4 \text{ pies.}$$

$$j \text{ dedos} = j \times 1/16 \text{ pies} = \frac{j}{4} \times 1/4 \text{ pies.}$$

Luego:

$$h \text{ pulgadas} \pm j \text{ dedos} = \left(\frac{h}{3} \pm \frac{j}{4}\right) \times 1/4 \text{ pies} = \frac{4h \pm 3j}{12} \times 1/4 \text{ pies} = \frac{4h \pm 3j}{4} \times 1/12 \text{ pies} = (4h \pm 3j)\ 1/4 \text{ pulgadas} = (4h \pm 3j) \times 1/3 \text{ dedos.}$$

Es decir, con la suma algebraica de h pulgadas y j dedos obtenemos un número entero de cuartos de pulgada o tercios de dedo. Dicho número $(4h \pm 3j)$ es función de dos variables, manejables a nuestro antojo.

El cuarto de pulgada se obtiene por una simple división por diferencia. En efecto, si se toma: $h = 1$, $j = 1$,

$$1 \text{ pulgada} — 1 \text{ dedo} = \frac{4 — 3}{4} \text{ pulgadas} = 1/4 \text{ pulgada.}$$

Para obtener gráficamente este submúltiplo común de la pulgada y del dedo basta llevar estas dos unidades en la misma dirección y con el mismo origen. Entre sus extremos quedarán 3 líneas (1/4 de pulgada).

* * *

Una regla que tuviese, en una de sus caras, una escala en pulgadas, sin subdivisiones, y en la otra cara una escala similar, en dedos, si ha existido, debió ser muy útil al cantero que labró los arcos que hemos estudiado. Además, le permitiría afinar hasta el cuarto de pulgada, medida equivalente a *5,8 mm.*, cantidad que parece mínima para trabajos de cantería.

¿Hubo alguna vez tal regla? Sólo un erudito familiarizado con la literatura de los archivos o las curiosidades de los museos españoles puede conocer alguna prueba de su existencia.

* * *

NOTA. En la región de Jerez, donde la cría del vino se rige desde hace siglos por procedimientos tradicionales, se emplean todavía unas varas con cuatro escalas de capacidad, para cuatro tamaños diferentes de botas.

¿Pudiera ser la supervivencia de un tipo de instrumentos corrientes en tiempos pasados?

FÉLIX SANCHO DE SOPRANIS FAVRAUD.
Alumno de segundo año de Arquitectura.

(Fotografía del autor.)