

NUEVAS ORIENTACIONES SOBRE EL CALCULO DEL HORMIGON ARMADO

Arquitecto: JOSE LUIS DE LEON

La teoría de cálculo del hormigón armado da unas secciones, las cuales, en sus resultados experimentales, tanto en obra como en laboratorio, no concuerdan entre sí, lo cual ha decidido a la revisión de dichos procedimientos de cálculo en algunos países de Europa, habiendo aparecido profusión de artículos en diferentes revistas extranjeras; algunos técnicos, como el Dr. Ing. Emperger, de Viena, y Paris, de Lausana, son partidarios de la adaptación de los métodos actuales. Otros, por el contrario, prefieren partir de nuevos puntos de origen, como son los de rotura; entre ellos se encuentran los profesores Saliger, de Viena; Gehler, de Dresde; Fritsche, de Praga; Bituner, de Viena; Steuermann, de Moscú, y el Ing. Maillart, de Suiza.

En el pasado siglo, cuando se iniciaban las primeras construcciones de hormigón armado, se desconocía la retracción, plasticidad e influencia de los cambios de temperatura en el hormigón, y se calculaba, además, como si sus elementos componentes, armadura y hormigón, fueran independientes entre sí, y no era raro que la relación entre los módulos de elasticidad fuera superior a 40, y, sin embargo, obras entonces proyectadas subsisten gracias a la adaptación de este material, a los esfuerzos a que se halla sometido, descargando algunas secciones de esfuerzo máximo a expensas de otras menos solicitadas. Se logró un avance cuando los técnicos intervinieron creando una resistencia de materiales apropiada al hormigón armado, época de Mörhs, Considere, Rabut, Koenen, etc.; se vislumbra la retracción de fraguado, los cambios termométricos, etc., basándose todo ello en ensayos de laboratorio de corta duración, por lo cual se desconoció la influencia del factor tiempo, ignorándose, por consiguiente, la variación del módulo de elasticidad del hormigón y la fluencia lenta del mismo.

Pero en la tercera década del presente siglo, las experiencias de Freyssinet, Fabrer, Davis, etc. (1929) pusieron de manifiesto las deformaciones del hormigón armado solicitado con carga constante y su variabilidad con el tiempo. Estudiado a fondo este fenómeno, se vió que la deformación dependía de la edad del hormigón en su puesta en carga (siendo menor cuanto mayor era la edad), del estado higrométrico del ambiente, de las dimensiones de las secciones, de la dosificación, cuantía de la armadura, composición granulométrica, etc. Resumiendo: No es

constante, y tampoco lo será $n = \frac{E_e}{E_b}$, por lo cual

cae por su base el método clásico y, por consiguiente, será incierto el coeficiente de seguridad que se pretenda haber logrado.

Y los técnicos, al comprobar que la teoría no responde a la realidad, indagan nuevas hipótesis que satisfagan los hechos, destacándose entre ellos Freys-

sinet, al establecer una nueva teoría (visión) del hormigón, y que, por no dilatar este artículo, se expone someramente. Para dicho eminente ingeniero, el hormigón, una vez fraguado y endurecido, no es un cuerpo inerte, sino, por el contrario, un cuerpo que "vive", que respira, pues según su hipótesis, que se adapta bastante bien a los fenómenos observados, es un seudosólido formado por el árido, cemento y agua, separados los elementos sólidos por una red de vasos capilares muy diminutos, dirigidos en todos sentidos, siendo su diámetro de millonésimas de milímetro, por lo cual la compacidad absoluta es imposible, por estar unos llenos (fig. 1) de aire y otros de agua;

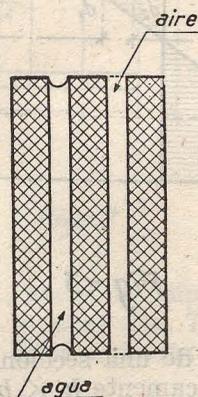


Fig.-1

por consiguiente, al variar la humedad del medio ambiente, variarán las dimensiones del hormigón; de la misma forma se explica la retracción, pues las tensiones superficiales de los vasos llenos de agua, al estar orientados en todas direcciones, someten al hormigón a una compresión triple, con la consiguiente disminución de volumen. También al variar la temperatura desplazará el agua de los vasos, variando la constante capilar, produciendo un aumento o disminución de volumen; por último, en una pieza de hormigón armado sometida a la acción de una carga constante, durante largo tiempo, los vasos orientados transversalmente a la carga se aplastan al ir saliendo lentamente el agua en ellos contenida, aumentando tanto más la deformación cuanto mayor sea el tiempo en que actúa dicha carga; en cambio, si aquél es corto, el agua de los canalicillos no puede desplazarse rápidamente, por lo cual el cuerpo reacciona elásticamente.

De lo expuesto se deduce que el hormigón respira, exudando o absorbiendo agua del medio ambiente; es, pues, un cuerpo que "vive".

Otro fenómeno a tener muy en cuenta es el de la plasticidad. En la naturaleza no existen cuerpos completamente elásticos o inelásticos; pero, a pesar

de ello, pueden distinguirse en los sólidos homogéneos e isotropos sometidos a flexión, con aumento de carga, tres estados distintos de tensión, según se expresan gráficamente en la figura 2.

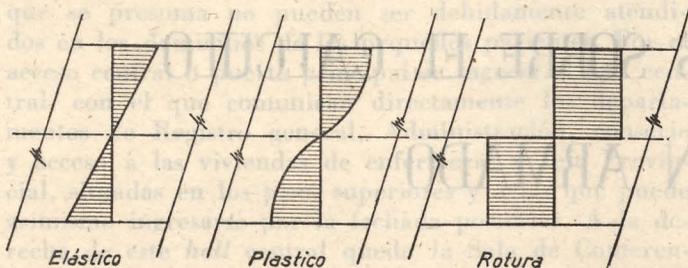


Fig.-2

Si la deformación plástica es una fracción importante de la total, no puede dejársela aparte, pues cambia por completo el fenómeno de resistencia, ya que las fibras más descargadas en el período elástico absorben una mayor resistencia en el plástico, aliviando a las extremas, que son las de mayor tensión.

En una sección rectangular se puede tomar el estado elástico-plástico (fig. 3), formado por un dia-

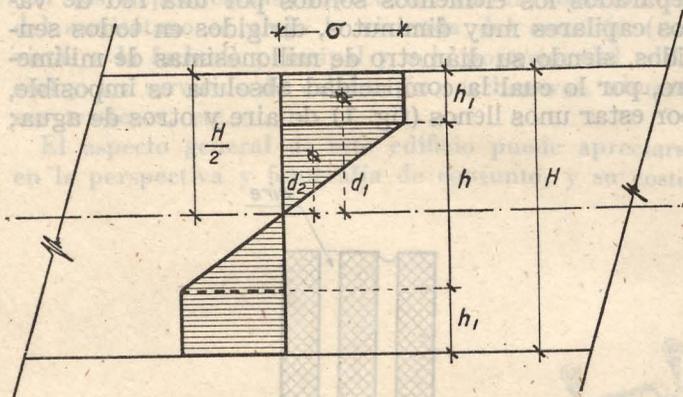


Fig.-3

grama compuesto de una sección comprimida $b \times h_1$, una flexada elásticamente $h \times b$, y otra tendida de $b \times h_1$; para éste, el momento resistente será, siendo σ_R la tensión de rotura y b la anchura de la pieza:

$$M = 2 \left(\sigma_R \cdot h_1 \cdot b \cdot d_1 + \frac{1}{2} \sigma_R \frac{h}{2} b d_2 \right)$$

pero:

$$h_1 = \frac{H-h}{2}$$

$$d_1 = \frac{h}{2} + \frac{H-h}{2}$$

$$d_2 = \frac{2}{3} \frac{h}{2} = \frac{h}{3}$$

sustituyendo, se tiene:

$$M = 2 \left[\sigma_R b \left(\frac{H-h}{2} \right) \left(\frac{h}{2} + \frac{H-h}{2} \right) + \frac{\sigma_R}{2} \frac{bh}{2} \frac{h}{3} \right] = \frac{\sigma_R b H^2}{6} \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{H-h}{h} \right)^2 \right)$$

en el período elástico $h = H$:

$$M_0 = \frac{bH^2}{6} \sigma_R$$

en el de rotura $h = 0$:

$$M_R = \frac{bH^2}{4} \sigma_R$$

la relación entre los momentos resistentes de rotura y el elástico, que se denomina "coeficiente de plasticidad", y que depende de la sección transversal, vale para este caso:

$$K = \frac{M_R}{M_0} = 1,5$$

En el hormigón se han obtenido valores de K en ensayos, comprendidos entre 1,6 a 1,9.

La plasticidad permite resolver el problema estudiado por Saint-Venant, el cual demuestra que en las secciones de la figura 4 la resistencia a la flexión es

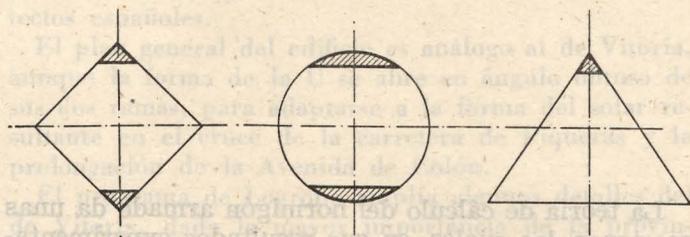


Fig.-4

máxima cuando se les suprime la parte rayada.

Se explica, puesto que el momento resistente es la relación entre el de inercia y la distancia de la fibra neutra a la más alejada, y en las secciones de la figura 4, al suprimir las partes rayadas el momento de inercia disminuye en mayor proporción que la distancia entre fibra neutra y más alejada, por lo cual aumenta el módulo resistente y disminuye σ , lo cual contradice el sentido lógico, según el cual una pieza resiste menos cuando se le suprime parte de su sección transversal.

La demostración de Saint-Venant para la sección cuadrada con plano de flexión en una diagonal es como sigue:

El momento de inercia de la sección de la figura 5 vale:

$$J = 2 \int_0^{ah} mn \cdot y^2 dy$$

pero:

$$mn = \frac{b(h-y)}{h}$$

$$J = 2 \int_0^{ah} \frac{b(h-y)}{h} y^2 dy = \frac{2b}{h} \left[\int_0^{ah} h y^2 dy - \int_0^{ah} y^3 dy \right] = J = 2ba^3h^2 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} a \right) = \frac{2ba^3b^3}{6} (4 - 3a)$$

$$W = \frac{ba^2h^2}{3} (4 - 3a) \quad [a]$$

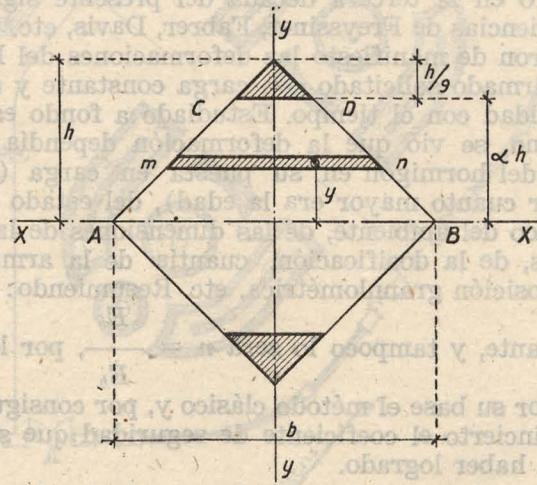


Fig.-5

y el momento resistente máximo se obtiene derivando la variable e e igualándola a cero en [a]:

$$f(x) = a^2(4 - 3a) \quad \text{,,} \quad f'(x) = 8a - 9a^2 = 0 \quad \text{,,} \quad a = \frac{8}{9}$$

sustituyendo a en [a], se tiene:

$$W = \frac{bh^2}{6} \cdot 1,06$$

es decir, que la resistencia es mayor en un 6 por 100 que en el caso que la sección fuera un cuadrado completo (fig. 6).

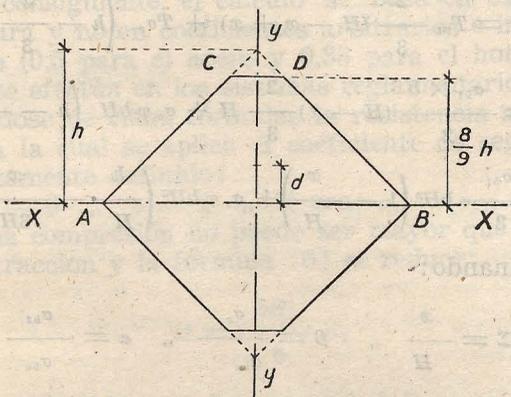


Fig.-6

Si se considera la plasticidad, el momento resistente vale (fig. 5):

$$W = \frac{M}{\sigma} = 2 \left[\left(\left(\frac{b + CD}{2} \right) ah \right) \left(\frac{ah}{3} \frac{b + 2CD}{b + CD} \right) \right] = \frac{a^2 h^2}{3} (b + 2CD)$$

$$CD = b - 2ah \quad \text{,,} \quad h = \frac{b}{2} \quad \text{,,} \quad CD = b(1 - \alpha)$$

sustituyendo:

$$W = \frac{M}{\sigma} = \frac{bh^2}{3} \alpha^2 (3 - 2\alpha)$$

que es máximo para:

$$f'(x) = 2a(3 - 2a) - 2a^2 = 6a - 6a^2 = 0 \quad \text{,,} \quad \alpha = 1$$

$$W = \frac{M}{\sigma} = \frac{bh^2}{3} \quad \text{máximo}$$

para $a = \frac{8}{9}$:

$$W = \frac{M}{\sigma} = \frac{bh^2}{3} \cdot 0,96$$

El resultado de Saint-Venant satisface la lógica matemática, pero contradice el buen sentido que instituye que la pieza será más resistente cuando actúa plenamente la sección, que no cuando se le suprime cierta parte de la misma; la plasticidad resuelve bien el problema, pues para la rotura de una pieza son necesarias las de todas sus fibras.

De todo lo expuesto anteriormente se deduce la necesidad de variar los métodos de cálculo; dos agrupaciones pueden observarse entre los técnicos que a ello se han dedicado, unos que siguen utilizando la

relación $n = \frac{E_c}{E_b}$ y otros que, por el contrario, prescinden de ella.

Entre los primeros pueden citarse:

- 1.º El método reglamentario hoy usual en casi todos los países: los errores son del 35 por 100 al aplicarlo a la rotura.
- 2.º Método Emperger. Error, 32 por 100.
- 3.º Método de Kazinck (Budapest) y Lise (Pensilvania). Errores del 35 al 40 por 100.
- 4.º Método teniendo en cuenta la resistencia del hormigón a tracción. Error, 15 por 100.

Entre los que no tienen en cuenta $n = \frac{E_c}{E_b}$ están:

- 1.º Método Saliger. Error, 20 por 100.
- 2.º Método Maillart. Error, 14 por 100.
- 3.º Método Guerrin. Error, 12 por 100.
- 4.º Método Steuermann. Error, 10 por 100.

Como se deduce, el método que no tiene en cuenta el coeficiente n es el que mayor aproximación da entre la teoría y la práctica, por lo cual a él se dedicará lo que sigue a continuación.

Probablemente, el más antiguo es el método Hennebique, que admitía la resistencia de una viga en fun-

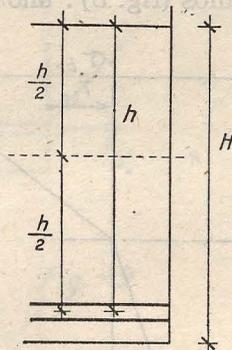


Fig.-7

ción de la armadura, haciendo coincidir la fibra con el eje geométrico de la pieza (fig. 7); de esta forma, la fuerza de tensión de la armadura vale:

$$F = \sigma_s \cdot F_s$$

y el brazo del par:

$$d = \frac{5}{6} h$$

Entonces se tiene:

$$M = \frac{5}{6} h \times \sigma_s F_s = \frac{5}{6} h \times \varphi bh \sigma_s = \frac{5}{6} h^2 \varphi b \sigma_s$$

siendo φ la cuantía de la armadura, h altura útil, b ancho de la pieza, σ_s el trabajo unitario de la armadura; fórmula muy simple y bastante aproximada para débiles cuantías hasta el 2 por 100, dando un error, entre el momento calculado que produce la rotura y el experimentado en laboratorio, del 25 por 100 por exceso, por lo cual, y a pesar de ser este procedimiento fundamentalmente inexacto, ha sido utilizado muy corrientemente para vigas con cuantía usual con resultados satisfactorios.

Pero el fin primordial de este artículo va dirigido principalmente a los que se dedican a la construcción de forjados para el ahorro del acero en la construcción.

Muchos han sido los forjados que se han sometido a la aprobación de la Dirección General de Arquitectura, y cuántos y cuántos han sido una imitación más o menos encubierta de otros y sin que en ellos

haya nada original y, sobre todo, dado el cargo del que suscribe desde la Sección de Normas de dicha Dirección, ha podido comprobar la disparidad de flechas y cargas teóricas y prácticas, lo cual le ha inducido a indicar a nuestros compañeros una orientación sobre los métodos que dan una mayor concordancia entre los momentos flectores máximos que ocasionan la rotura con los calculados teóricamente, y de esta forma escoger el coeficiente de seguridad que se estime más conveniente. Claro es que este procedimiento no debe ser utilizado más que en las piezas fabricadas en taller, donde pueden aquilarse al máximo los coeficientes de rotura del hormigón, dadas las condiciones del cemento, composición granulométrica de los áridos, vibrado, etc., que dan al hormigón unas condiciones de seguridad que son imposibles en obra, por lo cual éstas deben, por ahora, ajustarse en un todo a las Normas aprobadas por la Dirección General de Arquitectura.

En la relación de métodos para el cálculo de piezas de hormigón armado se ha visto que el procedimiento del profesor ruso Steuermann, recientemente reglamentario en dicho país, es el que da un mínimo de error entre el cálculo y los ensayos de laboratorio.

El método modificado adopta un diagrama formado por dos triángulos (fig. 8): uno para el hormigón

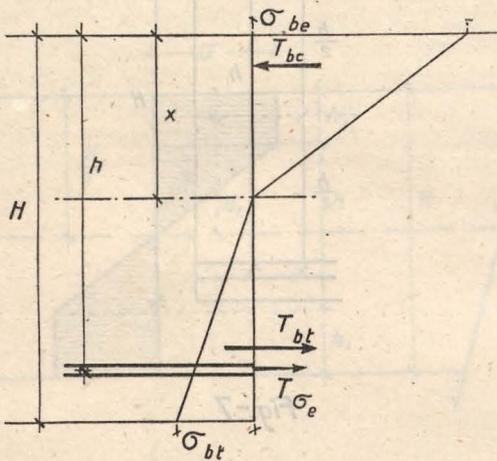


Fig. - 8

comprimido y otro para el tensado, partiendo de los coeficientes de rotura del hormigón a compresión σ_{bc} y de σ_e en el límite de elasticidad, adoptando para el hormigón a tracción el coeficiente de rotura que sigue la ley

$$\sigma_{bt} = \sqrt{\sigma_{bc}}$$

El diagrama de tensiones no está conforme con las condiciones efectivas de trabajo; pero los resultados se aproximan notablemente a los ensayos, sobre todo el diagrama de tracción del hormigón parece recoger las alteraciones del trabajo de las armaduras debidas a la retracción, deformación plástica, etc.

La ecuación de equilibrio de las fuerzas interiores es:

$$T_{bc} = T_{bt} + T\sigma_e \quad [1]$$

$$T_{bc} = \frac{1}{2} x \sigma_{bc} b$$

$$T_{bt} = \frac{1}{2} (H - x) \sigma_{bt} b$$

$$T\sigma_e = \sigma_e \times \varphi bH$$

sustituyendo en [1]:

$$b \frac{x \sigma_{bc}}{2} = b \frac{\sigma_{bt}}{2} (H - x) + \sigma_e \varphi bH$$

de donde se deduce la distancia del borde comprimido a la fibra neutra:

$$x = \frac{\sigma_{bt} + 2\sigma_e \varphi}{\sigma_{bc} + \sigma_{bt}} \quad [2]$$

La igualdad del momento de las fuerzas exteriores y las interiores se expresa en la siguiente ecuación:

$$M = T_{bc} \times \frac{2}{3} x + T_{bt} \frac{2}{3} (H - x) + T\sigma_e (h - x)$$

Tomando momentos de las fuerzas interiores con respecto al punto de aplicación de T_{bc} :

$$M = T_{bt} \frac{2}{3} (H - x + x) + T\sigma_e \left(h - \frac{x}{3} \right) \quad [3]$$

$$M = \frac{\sigma_{bt} \times b}{2} (H - x) \frac{2}{3} H + \sigma_e \varphi bH \left(h - \frac{x}{3} \right)$$

$$M = \frac{\sigma_{bt}}{3} bH^2 \left(1 - \frac{x}{H} \right) + \sigma_e \varphi bH^2 \left(\frac{h}{H} - \frac{x}{3H} \right) \quad [4]$$

denominando:

$$\Sigma = \frac{x}{H} \quad , \quad \beta = \frac{\sigma_e}{\sigma_{bc}} \quad , \quad \alpha = \frac{\sigma_{bt}}{\sigma_{bc}}$$

y

$$K = \frac{h}{H}$$

de la [2] se deduce:

$$\frac{x}{H} = \Sigma = \frac{\alpha + 2\varphi\beta}{1 + \alpha} \quad [5]$$

para $\varphi = 0$,, $\Sigma = \frac{\alpha}{1 + \alpha}$

para $\alpha < 1$,, $\Sigma < \frac{1}{2}$,, hormigón.

para $\alpha > 1$,, $\Sigma > \frac{1}{2}$,, madera.

se deducen, pues, los resultados expresados anteriormente, o sea que la fibra neutra se desplaza cuando se carga la viga, descargando las más cargadas. Sustituyendo $\Sigma = \frac{x}{H}$ en [4] se tiene:

$$M = \left[\frac{\sigma_{bt}}{3} \left(1 - \frac{\alpha + 2\varphi\beta}{1 + \alpha} \right) + \varphi\sigma_e \left(K - \frac{\alpha + 2\varphi\beta}{3(1 + \alpha)} \right) \right] bH^2 = \left[\sigma_{bt} \left(\frac{1 + \alpha - \alpha - 2\varphi\beta}{3(1 + \alpha)} \right) + \varphi\sigma_e \left(\frac{3(1 + \alpha)K - \alpha - 2\varphi\beta}{3(1 + \alpha)} \right) \right] bH^2 = \left[\frac{\sigma_{bt} - 2\varphi\sigma_{bt}\beta + 3K\varphi\sigma_e + 3K\varphi\sigma_e\alpha - \varphi\sigma_e\alpha - 2\varphi^2\sigma_e\beta}{3(1 + \alpha)} \right] bH^2 = \left[\frac{\alpha\sigma_{bc} - 2\varphi\alpha\sigma_{bc}\beta + 3K\varphi\beta\sigma_{bc}(1 + \alpha) - \varphi\beta\sigma_{bc}\alpha - 2\varphi^2\beta^2\sigma_{bc}}{3(1 + \alpha)} \right] bH^2 = \left[\frac{\alpha - 3\varphi\alpha\beta + 3K\varphi\beta(1 + \alpha) - 2\varphi^2\beta^2}{3(1 + \alpha)} \right] bH^2\sigma_{bc} \quad [6]$$

la [6] puede escribirse:

$$M = X bH^2\sigma_{bc} \quad , \quad \text{ó} \quad , \quad \frac{M}{\sigma_{bc}} = X bH^2 \quad [7]$$

que comparada con las secciones que resisten igual a tracción que a compresión:

$$\frac{M}{\sigma} = W = \frac{J}{H} = \frac{2J}{H}$$

y siendo la sección rectangular:

$$J = \frac{bH^3}{12} \quad \text{,,} \quad W = \frac{M}{\sigma} = \frac{bh^2}{6} \quad [8]$$

de forma que en la [7] el coeficiente X equivale al de 1/6 de la [8].

Por consiguiente, el cálculo se basa en tensiones de rotura y no en coeficientes arbitrarios e independientes (0,5 para el acero y 0,33 para el hormigón, como se efectúa en los sistemas reglamentarios), deduciéndose de estas fórmulas la resistencia a la rotura, a la cual se aplica el coeficiente de seguridad perfectamente definido:

Si $\varphi = 0$,, $a = 1$,, ó sea: $\sigma_{bc} = \sigma_{bt}$, pues la máxima compresión no puede ser mayor que la máxima tracción y la fórmula [6] se reduce:

$$M = \frac{bH^2}{6} \sigma_{bt}$$

fórmula conocida en los cuerpos isótropos, lo que demuestra la exactitud de dicha fórmula y el planteamiento del problema.

Ejemplo: El profesor Gebauer realizó en 1933 la rotura de una vigueta con las siguientes características: $b = 20$ cm. ,, $H = 23$ cm. ,, $h = 20$ cm. ,,

$\frac{h}{H} = 0,87$,, $\sigma_e = 2640$ Kgs/cm² ,, $\sigma_{bc} = 162$ Kgs/cm² ,, $\varphi = 0,34$ por 100; momento flector de rotura: $M = 112.800$ cm. Kgs.

Con estos datos se tiene:

$$\sigma_{bt} = \sqrt{162} = 12,7279 \quad \text{Kgs/cm}^2$$

$$a = \frac{12,7279}{162} = 0,07857$$

$$\beta = \frac{2640}{162} = 16,2963$$

$$\varphi = 0,0034$$

sustituyendo estos valores en [6]:

$$M = 0,06681 \times 20 \times 23^2 \times 162 = 114.510 \text{ cm. Kgs.}$$

Experimental	112.800	—
Diferencia	+ 1.710	—

$$\text{Error} = \frac{114.510 - 112.800}{112.800} = 0,015$$

o sea el 1,5 por 100, resultado del cálculo que concuerda maravillosamente con el del laboratorio.

Si se toma un coeficiente de seguridad 2, el momento para el cual sería proyectada dicha viga es:

$$M = \frac{114.510}{2} = \sim 57.000 \text{ cm. Kgs.}$$

De la fórmula [2] se deduce que al aumentar la armadura aumenta x , llegando en el límite al centro de gravedad de las armaduras de tracción, en cuyo

caso toda la sección de hormigón de altura útil trabaja a compresión; en este caso, el equilibrio de las fuerzas interiores exige (fig. 9):

$$T_{bc} = T\sigma_e$$

o sea:

$$\frac{h \sigma_{bc}}{2} b = \varphi bh \sigma_e$$

de donde:

$$\varphi = \frac{\sigma_{bc}}{2 \sigma_e} \quad [9]$$

En una viga de hormigón armado que se cumpla la [9] (cuantía crítica), la rotura se produce simultáneamente por agotamiento del hormigón y del acero.

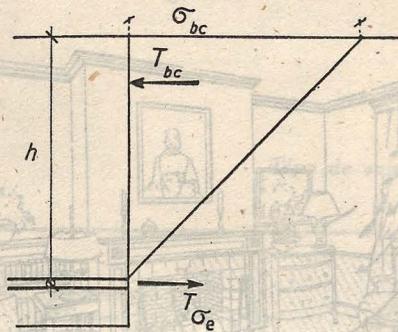


Fig. - 9

Ahora bien; cuando φ es inferior a la crítica, es inútil reforzar el hormigón con armadura, pues la viga se romperá por agotamiento del acero situado en la zona de tracción, por lo cual, meditando sobre ello, se ve la cantidad de acero que se gasta inútilmente en las estructuras corrientes de hormigón armado.

Por el contrario, cuando φ es superior a la cuantía crítica, conviene el armado en la zona de compresión, y éste se halla fácilmente teniendo en cuenta la diferencia del momento flector que ha de soportar la viga en la rotura y el que admite la cuantía crítica.

De análoga forma pueden deducirse las fórmulas de compresión simple o compuesta; pero es indudable que este procedimiento, que permite un ahorro de metal hasta de un 35 por 100, sólo puede emplearse hoy día en piezas fabricadas en taller.

Como final, puede indicarse que los diferentes ensayos efectuados en laboratorios, tanto en vigas como en tubos sometidos a flexión y ejecutados por el profesor Gebauer (Austria), Mr. Glanville (Inglaterra), M. Griffel (Polonia) y Mrs. Blevot y Guerrin (Francia), concuerdan con el procedimiento de cálculo de Steurman, dando los siguientes resultados:

35 % errores inferiores al	5 %
25 % — entre el 5 y el	10 %
20 % — — el 10 y el	15 %
10 % — — el 15 y el	20 %
10 % — — el 20 y el	25 %

La exactitud es, pues, muy grande.