

LA BOVEDA VAIDA TABICADA

Por Ignacio Bosch Reigt, Arquitecto

OBJETO DE ESTE TRABAJO.—Nuestro país, emplazado en la confluencia de dos grandes corrientes constructivas: la del Mediodía de Francia—de fuerte influencia romana—de una parte, y la bizantina—a través de las civilizaciones musulmanas—de otra, crearon, desde tiempos remotos, tierra fértil para los sistemas de bóvedas tabicadas o con ladrillo de plano. En Cataluña, al desplegarse, en la segunda mitad del pasado siglo, una gran actividad en construcción, y al coincidir ésta con la aparición de nuevos materiales, se intensificó el estudio y empleo de sistemas abovedados, logrando tal importancia, que dió lugar a que a este conjunto de sistemas y métodos se denominara «Construcción a la Catalana».

La Escuela de Arquitectura de Barcelona, a través de su profesorado, aportó su valiosa cooperación a este fin, motivando que muchos de los alumnos de aquella época sintieran la inquietud por el estudio y empleo de estos sistemas abovedados, consiguiendo sorprendentes resultados. R. Gustavino, arquitecto valenciano, fué quien más sobresalió en este intenso movimiento constructivo. Al llegar el comienzo del actual siglo, esta inquietud fué manteniéndose, culminando con el estudio del insigne arquitecto de Barcelona don Jaime Bayó, que dió a conocer, en el año 1909, en una conferencia en la Asociación de Arquitectos de Cataluña, con el tema «La bóveda tabicada», que fué publicada en el anuario para 1910 de la mencionada asociación.

Con satisfacción, hemos visto recientemente cómo vuelve a ser tema inquietante entre arquitectos españoles el estudio de las denominadas «bóvedas catalanas» o tabicadas. Con las mismas, se abre un nuevo y amplio campo de posibilidades, permitiendo soluciones más racionales, económicas y sólidas en estas difíciles circunstancias que atraviesa la construcción, debido principalmente a la escasez de cemento Portland y de hierro. La conferencia leída el 26 de noviembre de 1946 por el profesor de la Escuela Superior de Arquitectura de Barcelona don Buenaventura Bassegoda, y la reciente publicación del tratado *Bóvedas tabicadas*, del competente arquitecto de Madrid don Luis Moya—editada bajo el patrocinio del Servicio de Publicaciones de la Dirección General de Arquitectura—corroboran cuanto indicamos; a su vez, hace patente el apoyo de nuestra Dirección General a cuantos trabajos vienen realizándose en pro de la técnica arquitectónica y de sus investigaciones científicas.

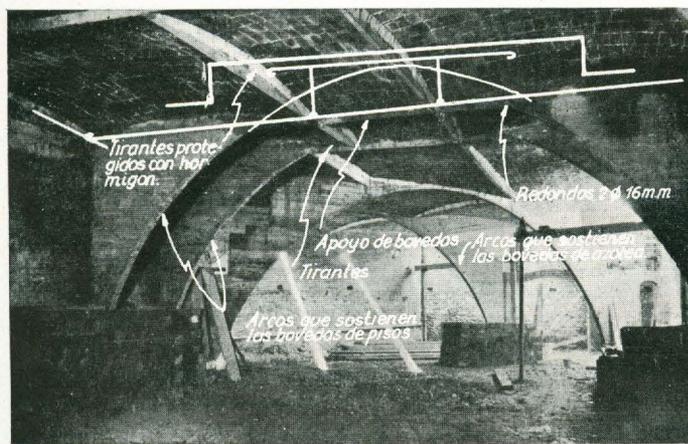
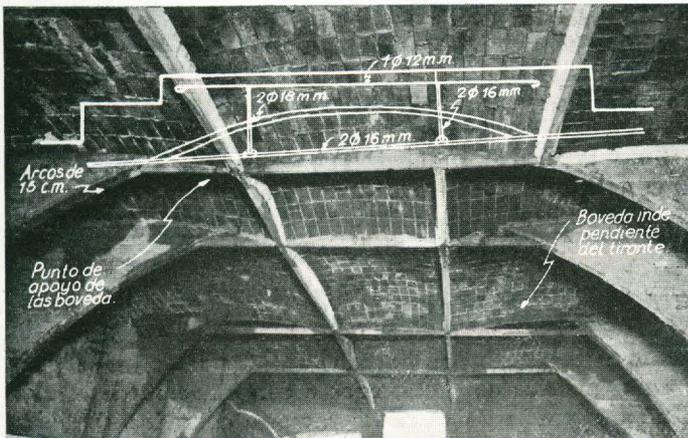
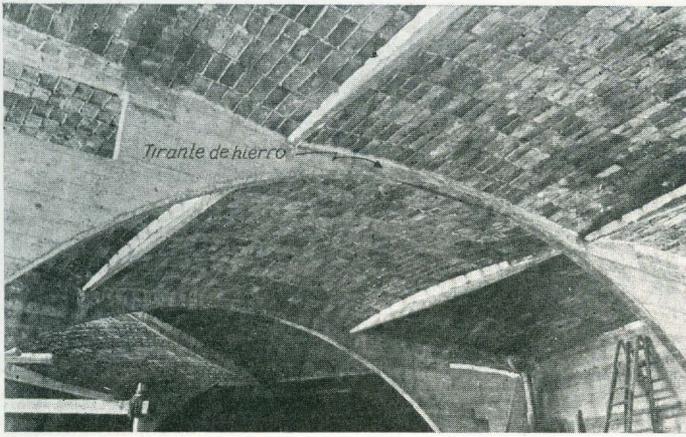
Amplio es el tema de bóvedas tabicadas e interesante el estudio en su conjunto, pero ello se apartaría del objeto de este tratado, que es el de centrarnos en un tipo determinado de bóveda, a saber: la bóveda vaída tabicada de doble curvatura y de un solo grueso de ladrillo hueco en arco rebajado. Eludiremos—en el transcurso de este tratado—el repetir, innecesariamente, conceptos ya detallados en los anteriores estudios a que hemos aludido, y a ellos remitimos a nuestro lector; sólo cuando sea preciso para mayor claridad, haremos excepción a este criterio.

Quisiéramos, asimismo, romper con los viejos prejuicios referentes al comportamiento, cuantía de empujes y capacidad resistente de las bóvedas vaídas y de los sistemas tabicados en general construídos con un solo grueso de ladrillo hueco. Razón de este escrito es el de lograr incrementar entre los arquitectos el empleo de sistemas abovedados ligeros. A tal fin, he procurado un estudio práctico referente a su cálculo, fruto de largo estudio sobre el comportamiento de las mismas, a fin de que, mediante fórmulas sencillas, pueda el técnico proyectar con entera libertad sobre base firme. Si consigo que algún compañero, hoy alejado de estos sistemas, se interese por los mismos, me consideraré satisfecho. En cuanto a los que se han dedicado al estudio y empleo de los mismos, sirva este trabajo como leal y desinteresada colaboración a su sabia labor.

CONCEPTO DE BOVEDA TABICADA.—Corrientemente, se entiende por bóveda tabicada la formada por ladrillos puestos de tabla, unos a continuación de otros, en toda su vuelta y en varios gruesos o doblados.

En este tratado, no obstante, queremos concretar más el concepto de bóveda tabicada refiriéndonos a la esencialmente tabicada, es decir: al tabique abovedado. En consecuencia, lo estudiaremos siempre a base de un solo grueso de ladrillo hueco sin doblar, recibidos con pasta de yeso o de cemento rápido. Nos interesa insistir sobre este particular, por ser básico en este estudio. Motiva un cambio total en la forma como, en anteriores tratados, se ha concebido la bóveda tabicada, así como sobre cualidades y características técnicas.

LIGEREZA DE LA BOVEDA TABICADA.—Calidad esencial que hemos de destacar en estas bóvedas ha de ser su extrema ligereza, nacida del hecho de considerarla construída en un solo grueso, y, por tanto, sin doblado. Antiguamente al doblado, precisamente, se atribuía la capacidad resistente de la bóveda, indicándose que la resistencia característica de la bóveda se manifiesta espontáneamente, desde el momento que se procede al doblado del sutil caparazón de rasilla, mediante una segunda hoja soldada a la primera con buen mortero. Al poder prescindir del doblado logramos una ligereza que se traduce en una sensible economía en toda la estructura de la construcción, pues siendo menores las cargas y empujes, serán asimismo más reducidas las secciones de pilares, muros y cimentaciones. No hay duda que es contrario a un buen rendimiento el construir forjados de piso y jácnas que, para soportar sobrecargas de 150 a 200 kg/m.² tengamos un peso de 250 a 300 kg/m.². Al emplear bóvedas tabicadas sin doblado vamos a pesos propios de 50 a 60 kg/m.² para soportar iguales sobrecargas. Es preciso aligerar las construcciones, pues no son precisamente las más sólidas aquellas más pesadas. A su vez, prescindiendo del doblado, tenemos homogeneidad de material, representando para el cálculo el poder obtener un estudio más exacto de deformaciones y módulos elásticos.



DOBLADO DE LAS BOVEDAS.—¿Cuál es la causa por la que se hace preciso el doblado en la generalidad de los casos? No hay duda que si tuviéramos una bóveda construída con rasilla de 1 1/2 cms. de espesor, en forma de arco parabólico, y lográramos cargarle de una manera uniforme en su totalidad, tendría una gran capacidad resistente; en forma parecida tenemos un ejemplo con una cáscara de huevo cargada según el eje; por contra, esta misma bóveda que consideramos, se caerá al colocarle una ligera carga aislada, asimétrica. ¿A qué será debido? ¿Será debido al aplastamiento de su sección? No; las causas principales son las flexiones provocadas en la bóveda por cargas asimétricas; consecuentemente, la falta de momento de inercia suficiente para absorber las mismas. Luego si no tenemos necesidad de mayor sección, ¿por qué vamos a conseguir mayor momento de inercia con un doblado aumentando innecesariamente su sección y con ello su peso y sus empujes? Así como en estructuras metálicas vamos al empleo de celosías y de pies derechos formados con ángulos para aumentar el momento de inercia necesario y conseguir con ello una mayor capacidad resistente, sin provocar un exceso de hierro totalmente innecesario, es como en buena lógica debemos proceder en las bóvedas tabicadas. No es el mortero y la hilada superior contrapuesta al sencillado lo que da capacidad resistente a la bóveda. Es el mayor momento de inercia conseguido, pues hoy disponemos de cementos que unen perfectamente los ladrillos con resistencia superior a la de ellos.

Siguiendo este razonamiento, vemos cómo sustituyendo la bóveda que hemos supuesto de rasilla de 1 1/2 centímetros por ladrillo hueco mediano, corriente o doble hueco, obtendremos, sin necesidad de doblados, bóvedas con mucha mayor capacidad resistente. He aquí, pues, la solución del problema. La economía y ligereza así obtenidas no pueden ser igualadas por ningún otro sistema.

En la bóveda, así concebida, extraligera, no pueden admitirse, *a priori*, los mismos supuestos que si se tratara de sistemas pesados y, en especial, al tratarse de bóvedas de una sola curvatura; puesto que, así como las cargas aisladas asimétricas en éstos, corrientemente dejan de tener gran importancia debido a lo muy subido del peso propio, que casi anula la asimetría, no ocurre en aquéllas y, por tanto, tendremos que prever, en bóvedas de una sola curvatura, las cargas asimétricas y calcular los efectos de flexión de las mismas, contrarrestándolos con tabiquillos superiores de estribo, si no queremos exponernos a fracasos.

BOVEDAS VAIDAS.—Los problemas que, en cuanto a cargas asimétricas, se presentan en el empleo de sistemas extraligeros, justifica que fijemos la atención en las bóvedas de doble curvatura o cupulares, por quedar prácticamente anulados, en las mismas, los efectos de flexión por cargas asimétricas. Igualmente ocurre con las posibilidades del pandeo.

De arriba abajo:

Bóvedas sobre arcos de hormigón sin más armadura que el tirante de arriostramiento.

Bóvedas de un grueso apoyadas sobre los tirantes, que queda protegido por caso de incendio.

En el pilar de ladrillo, de 15 x 30 cm²., a la derecha de la última fotografía, apoyan las bóvedas finales.

Entre las bóvedas cupulares y de doble curvatura, merecen especial atención las superficies alabeadas obtenidas por desplazamiento de una curva a lo largo de otra. El efecto de bóveda tiene lugar en dos direcciones; de forma que, cuando en una de ellas disminuye el empuje, se compensa por el aumento del correspondiente en la dirección ortogonal, logrando con ello que se anule el empuje hacia los testeros, sin engendrar momentos flectores. De estas superficies, la más simple de ejecución es la vaída de arco rebajado. Su ejecución es facilísima y no precisa de personal especializado. Una simple cimbra de madera en forma de arco rebajado, a manera de generatriz, se va desplazando apoyando sus dos extremos sobre cimbras de iguales características. El ladrillo hueco, en un solo grueso, se coloca por hiladas de plano recibido con pasta de cemento rápido.

LIGEREZA DE LAS REACCIONES DE APOYO.— Otra característica propia de las vaídas es la de concentrar las reacciones de apoyo en sus cuatro ángulos; con ello podemos suprimir totalmente los muros reduciéndolos a cuatro pilares sobre los que se apoya la bóveda, logrando una gran adaptabilidad de estructura.

Estructuralmente la construcción queda reducida a un sistema de bóvedas vaídas de un solo grueso, apoyadas directamente sobre ligeros pies derechos, sin necesidad de jácena alguna. La ligereza del forjado dando lugar a débiles cargas de apoyo supone, asimismo, ligereza de cimentación.

A vía de ejemplo, consideraremos comparativamente la reacción de apoyo de una estructura de seis plantas con pilares cada cinco metros, en bóvedas vaídas y en estructura normal de jácena y forjado de hormigón armado.

Superficie de carga por planta = $5 \times 5 = 25 \text{ m.}^2$

Sobrecargas:

Si se destina a viviendas, las vigentes Normas de 11 de marzo de 1941 fijan una sobrecarga de 150 kg/m.²

Sobrecarga por planta... .. $25 \times 150 = 3.750 \text{ kg.}$
 En las seis plantas... .. $3.750 \times 6 = 22.500 \text{ kg.}$

Reducción prevista por las normas citadas... .. = 30 %

Sobrecarga total a considerar en el apoyo de planta baja... .. 15.750 kg.

Carga permanente con bóvedas.

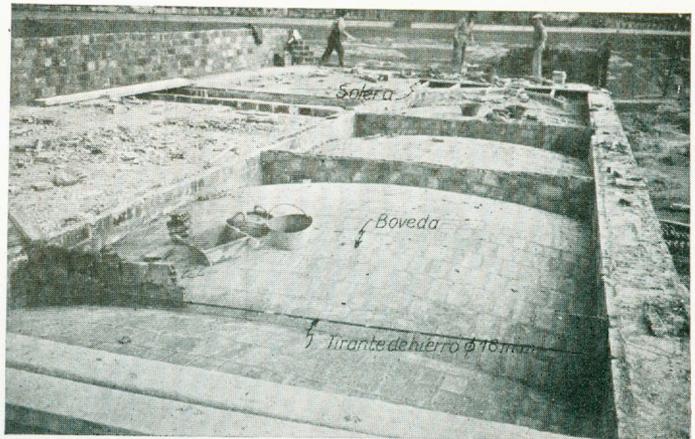
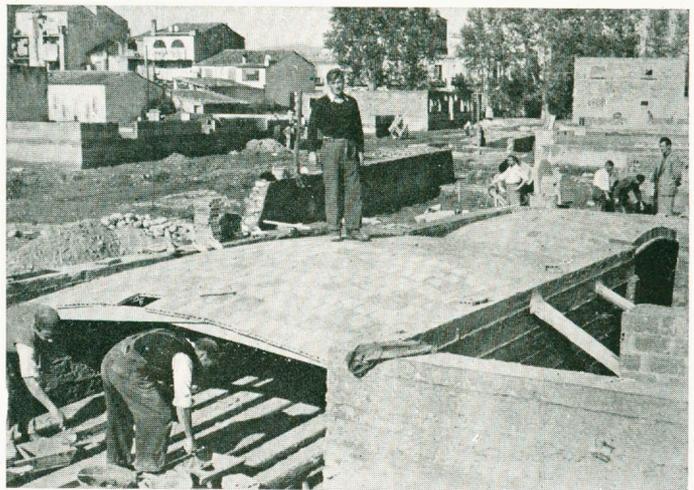
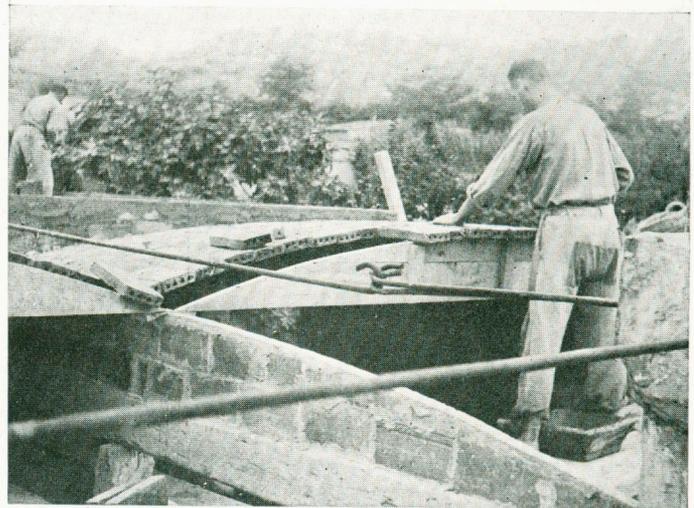
Peso propio de la bóveda con tablero de enrasado... ..	80 kg/m. ²
Peso propio de pavimento de mosaico... ..	30 »

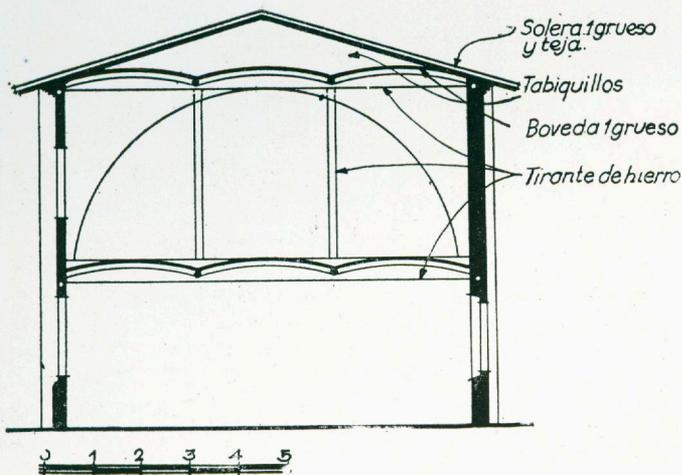
TOTAL... .. 110 kg/m.²

Carga permanente por planta. $110 \times 25 = 2.750 \text{ kg.}$
 En las seis plantas... .. $2.750 \times 6 = 16.500 \text{ kg.}$

De arriba abajo:

Ejecución de una bóveda de un grueso de ladrillo de 4 cm., con tirante oculto. En primer término, la cimbra directriz de ladrillo, que se quita al terminar la bóveda. En la «foto» segunda aparece, a la derecha, el apuntalamiento, que desaparecerá al cerrar la bóveda. Bóvedas cerradas de un grueso dispuestas para soportar la carga.





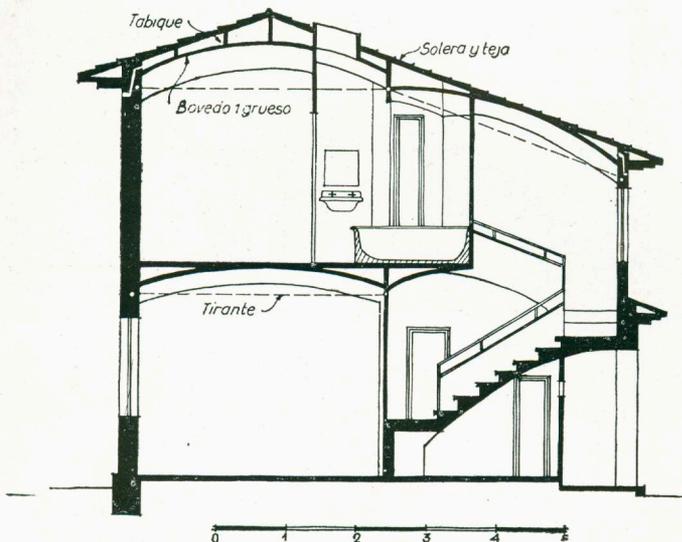
Solución de edificio con dos plantas, colgando el primer techo de arcos de 15 cm.

Carga permanente con hormigón armado.

Peso propio del forjado con jácenas...	300 kg/m.2
Peso propio de pavimento de mosaico...	30 »
TOTAL ...	330 kg/m.2

Carga permanente por planta. $330 \times 25 = 8.250 \text{ kg.}$
 En las seis plantas... $8.250 \times 6 = 49.500 \text{ kg.}$

	Con bóvedas	Con hormigón armado
Sobrecarga...	15.750 kg.	15.750 kg.
Carga permanente...	16.500 kg.	49.500 kg.
TOTALES ...	32.250 kg.	65.250 kg.

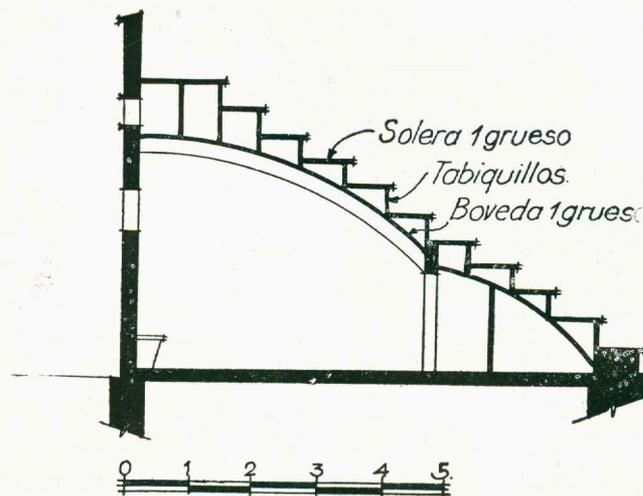


Sección de una villa de dos plantas con bóvedas.

En construcciones de viviendas de poca altura—dos o tres plantas—, dada la ligereza de las bóvedas tabicadas, junto con las ventajas propias de las vaídas, dan reacciones de apoyo tan pequeñas que, si construimos una bóveda por cada dependencia, nos bastará para su apoyo, la T o la L que forman los tabiques de ladrillo en los ángulos de las dependencias. Si las cargas son muy fuertes o hay grandes luces, se puede reforzar el ángulo de apoyo chafanándolo ligeramente, dando lugar a apoyos triangulares de gran capacidad resistente.

Siendo estas estructuras de doble curvatura resistentes a las cargas asimétricas o aisladas, nos permite proyectar la planta de piso con distribución libre e independiente de la planta baja sin que tengan que coincidir los ángulos o puntos de apoyo; bastará sólo tenerlos en cuenta a los efectos de cálculo, y cuando son cargas aisladas, comprobar los esfuerzos cortantes.

En esta forma se presta a la construcción de chalets o casas de campo, proyectando la distribución con la máxima libertad y prescindir totalmente de muros exteriores a los efectos resistentes; por tanto, la función de los muros de fachada se limita a la de cerramiento y aislamiento térmico, por lo que podremos emplear los materiales adecuados a tal fin prescindiendo de su resistencia.



Gradería de estadio sobre bóvedas tabicadas.

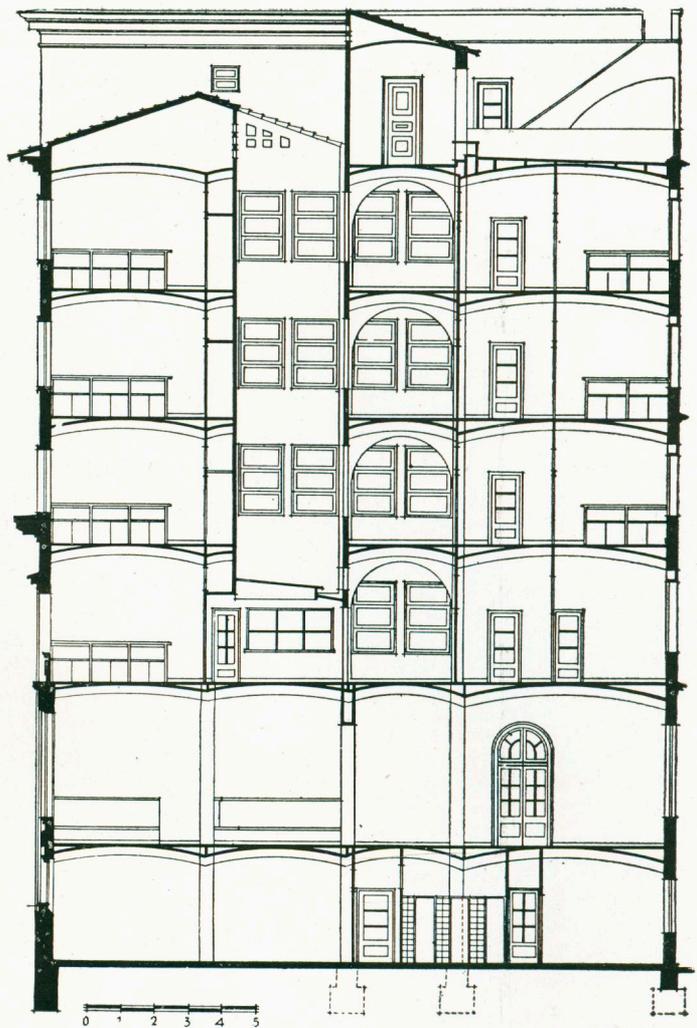
EMPUJES.—Las vaídas, como toda solución abovedada, provoca empujes cuya cuantía y modo de determinarlos es objeto de estudio más adelante. Estos empujes se reducen a cuatro, situados en los puntos de apoyo y dirigidos según la dirección de las diagonales. Su arriostramiento lo lograremos colocando unos ligeros hierros de tirante, siguiendo su perímetro, o sea que contrarrestaremos las componentes del empuje según las direcciones de los lados de la bóveda, y de esta forma el tirante quedará embebido en el tabique, quedando totalmente oculto. Si la bóveda apoya sobre pilares, o que por otra causa no existiera tabique inferior podremos colocar el tirante visto en el perímetro u oculto inmediatamente encima de la hilada de la bóveda.

ENRASADO SUPERIOR DE LAS BOVEDAS.—Cuando las bóvedas constituyen un forjado de piso tenemos que proceder al aplanado superior para colocar el pavimento. Este puede hacerse o bien con escoria grande, o con una solera o tablero de un grueso de rasilla hueca apoyada sobre unos pequeños tabiquillos, conforme vemos en los dibujos y fotografías apexas. El tablero de ladrillo no pasará de la parte superior de la bóveda, sino que su nivel será este mismo, con lo que irá a coronarla en su parte central.

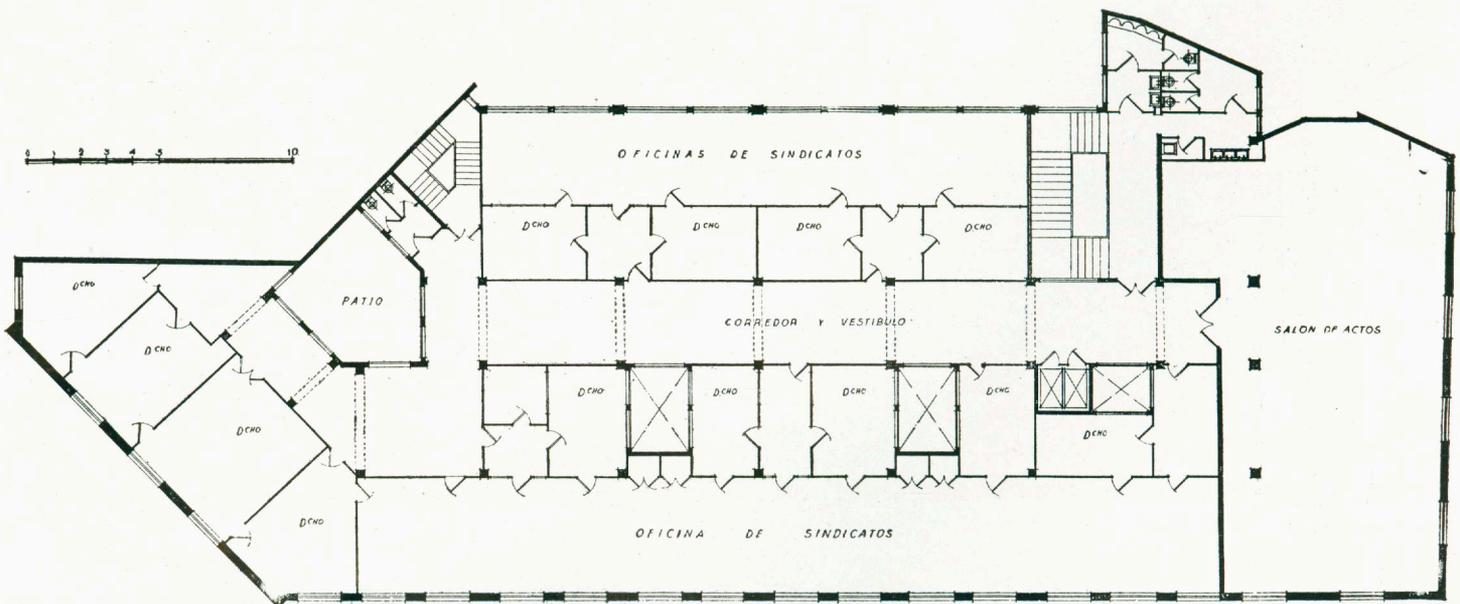
Si la bóveda tiene que servir de cubierta con tejado, encima de la misma levantaremos unos tabiquillos de ladrillo hueco mediano, distanciados 80 cms., siguiendo la pendiente del tejado, encima de los que apoyaremos un tablero de un grueso de ladrillo hueco mediano sobre el que colocaremos la teja.

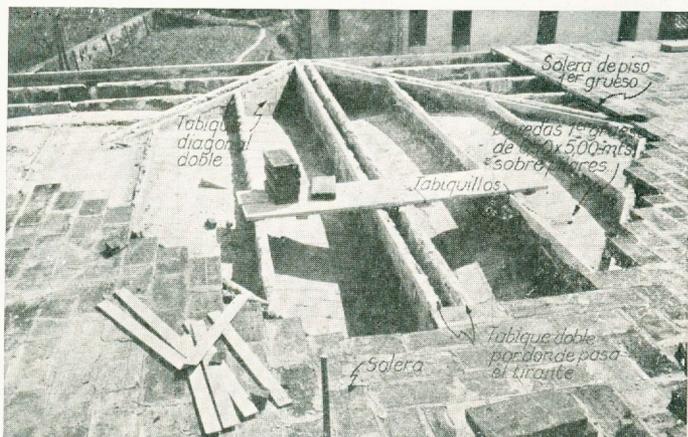
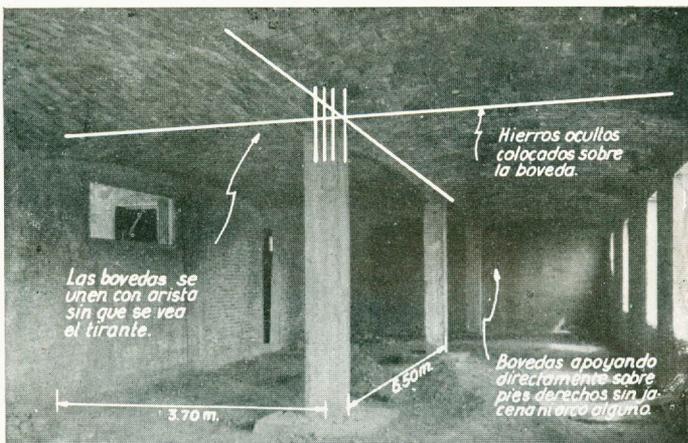
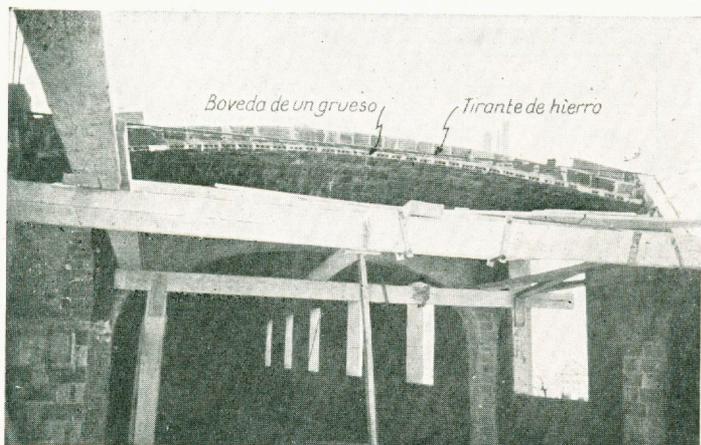
Caso de cubrir con azotea, lo haremos de forma similar a la anterior con las pendientes precisas.

RAPIDEZ DE EJECUCION.—Vemos, pues, que desaparece totalmente el cemento Portland y el hierro queda reducido a un máximo de 1,5 kg. por metro cuadrado de techo; su construcción es realmente tabicada, pues que con tabique podemos construir toda la casa —muros, techos, cubiertas, etc.—, luego su ejecución puede hacerse con gran rapidez, factor hoy día de gran importancia en las construcciones.



Sección y planta de la Casa Sindical de Gerona; todos los forjados de pisos y las cubiertas, con bóvedas de una hoja.





Al construir bóvedas independientes por las distintas dependencias, suprimimos totalmente los cielo-rasos, y podemos colocar por encima, fácilmente, las instalaciones eléctricas y desagües de sanitarios, aprovechando la pendiente existente en las mismas y por debajo del tablero de enrase.

El criterio antiguo de que al usar sistemas de bóvedas tabicadas, para que resulte económico, es necesario someterse, en cuanto a su distribución, a normas marcadas con la necesidad de respetar una estructura que debe ser la más sencilla y clara posible, desaparece totalmente, pues hemos visto la gran libertad de distribución, tanto en el caso de viviendas como de estructuras libres sobre pies derechos.

CALCULO DE BOVEDAS.—Reseñadas, con la brevedad exigida por la característica de este trabajo, las particularidades de estas soluciones abovedadas, vamos a adentrarnos en el complejo problema del cálculo de las mismas.

El problema de cálculo de bóvedas tabicadas, ya de sí complejo, se complica extraordinariamente al estudiar soluciones cupulares en las que, cuantos estudios en las mismas se han llevado a cabo, sólo parcialmente han podido resolverse basándose en las deformaciones, en soluciones particulares y siempre con cargas simétricas. A pesar de ello, previa breve exposición de los distintos aspectos de este problema y soluciones dadas, procuraremos dar sistemas prácticos a semejanza de los dados por Bach y Marcus en placas apoyadas en su contorno y en las fungiformes.

ESTUDIOS REALIZADOS.—Al principio se intentó resolver el cálculo de bóvedas tabicadas asimilándolas a sistemas dovelados, obteniendo resultados totalmente negativos. Posteriormente, ya en el año 1909, el arquitecto don Jaime Bayó—en la conferencia que al principio hemos indicado—expone el cálculo de bóvedas tabicadas y arcos basándose en la teoría del arco elástico. La curva de presiones o antifunicular de las fuerzas no es preciso que pase dentro de la sección de la bóveda. Al actuar ésta, de forma semejante a un arco elástico articulado en sus apoyos, tiene capacidad, dentro de ciertos límites, para sobrellevar flexiones. Gráficamente obtiene los momentos flectores en función de los espesores; es decir, permite adaptar los momentos de inercia a los momentos flectores aumentando el espesor de la bóveda donde ello es necesario, reforzándola con varios dobles u hojas de tabicado.

El señor Bayó, al partir de soluciones de tabicados con varios gruesos, entra en los inconvenientes que supone la heterogeneidad de materiales. Basándose en ello otros compañeros, le objetaron lo discutible de un sistema basado en las conclusiones del arco elástico con materiales heterogéneos, donde es difícilísimo el determinar el módulo elástico y, a su vez, es imposible el admitir la ley de Hooke; simultáneamente mostraban su disconformidad por el hecho de basar el cálculo en la hipótesis del arco de dos articulaciones, cosa que, según ellos, no correspondía exactamente a la realidad,

La segunda «foto» se refiere a una construcción de cinco plantas.

por cuanto las bóvedas, dispuestas como lo son generalmente en la construcción, trabajan más como empotradas que como articuladas y, siempre, en todos los casos faltan rótulas que precisen los dos puntos exactos de paso de la curva de presiones.

Con todo y cuanto se ha objetado, no hay duda que el señor Bayó logró determinar, con bastante aproximación, los momentos flectores y empujes de arcos y bóvedas sometidos a cargas cualesquiera, dando un gran paso hacia la solución práctica del complejo cálculo en sistemas de una sola curvatura. En cuanto a la falta de homogeneidad de material, hoy admitimos fórmulas de cálculo en hormigón armado, donde tampoco es exacto el módulo elástico y mucho menos podemos decir que se cumple totalmente la ley de Hooke. Si prescindimos del doblado salvamos esta falta de homogeneidad y, a su vez, el comportamiento como arco articulado en los puntos de apoyo responde a la realidad, puesto que, en arco rebajado se construye la bóveda adosada a la pared sin empotrar, obteniéndose automáticamente el efecto de rótula y el punto de paso de la curva de presiones.

Al ir asimilando la bóveda tabicada a las placas curvas y membranas rígidas, es cuando se ha logrado el camino adecuado a su cálculo. No obstante, no podemos negar que el estudio de placas curvas plantea difíciles y complicados problemas que, aún hoy, no podemos considerar totalmente superados. Entre los más destacados estudios y trabajos sobre este aspecto debemos señalar los de Love, al sentar la deformación general en placas curvas.

Partiendo de una deformación que satisfaga las condiciones límites previstas de constantes arbitrarias que se determinan por la condición de mínimo de deformación condicionado por la igualdad de Clapeyron, es como el señor Terradas resuelve el caso de la bóveda de escalera, mediante la deformación correspondiente a una bóveda cilíndrica de sección recta y circular, empotrada en dos generatrices y en un arco de contorno y libre por el otro. Los corrimientos vienen dados por las siguientes fórmulas:

Si llamamos al radio a ; al arco $\&$, y al ancho L , tenemos:

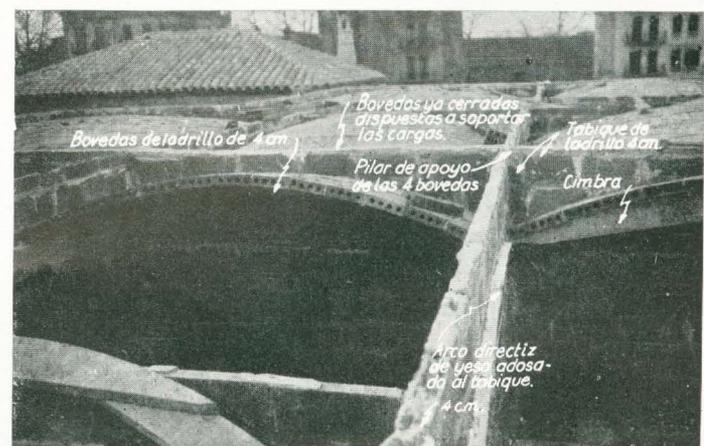
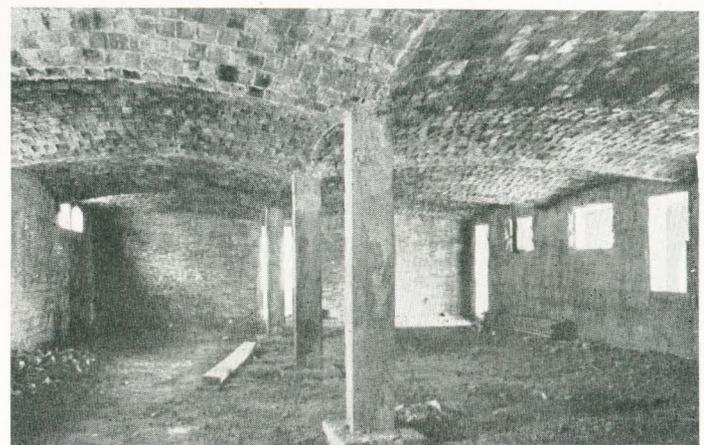
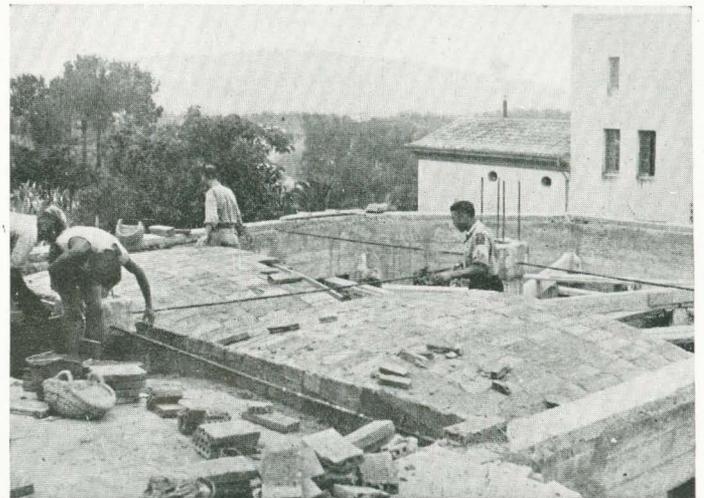
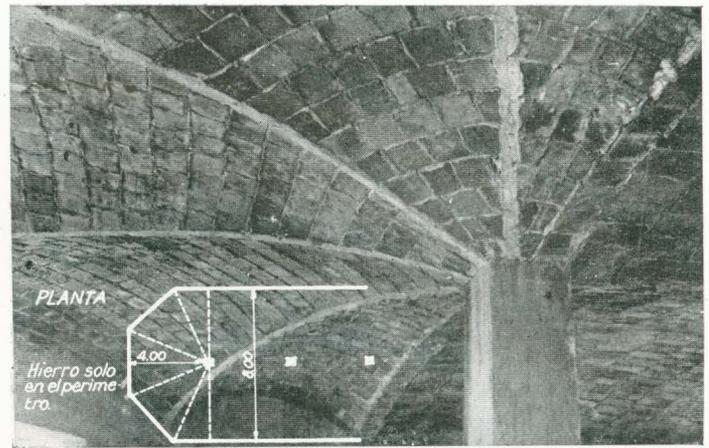
$$u_0 = (1 - \cos \frac{2\pi\rho}{\&}) \left(U_1 \sin \frac{\pi x}{L} + \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi\rho}{L} \right) + U' \left(\cos \frac{\pi x}{L} - \cos \frac{2\pi x}{L} \right)$$

$$v_0 = -\frac{4}{a} \frac{L}{\&} U' \sin \frac{2\pi\rho}{\&} \sin \frac{\pi x}{L}$$

$$w_0 = (1 - \cos \frac{2\pi\rho}{\&}) x \left(\frac{L}{a\pi} U' \left(\sin \frac{\pi x}{L} - \frac{1}{4} \sin \frac{4\pi x}{L} \right) + W' \left(-\cos \frac{\pi x}{L} - \frac{2}{3} \cos \frac{2\pi x}{L} + \cos \frac{3\pi x}{L} + \frac{2}{3} \cos \frac{4\pi x}{L} \right) \right)$$

De arriba abajo:

Bóvedas vacías triangulares a manera de paraguas apoyadas sobre un pie derecho.
Ejecución de una bóveda con el tabique para el enrasado y protección del tirante, en primer término.
Bóvedas sin jácenas ni arcos apoyadas directamente sobre pilares. Los tirantes van ocultos sobre las bóvedas.



Los coeficientes U_1 , U^3 y W^3 se determinan por la citada condición de mínimo restringido: U es el corrimiento según la generatriz, v , según la tangente a la sección recta, y w_0 el corrimiento normal.

La complejidad del problema aumenta al pasar a placas cupulares, siendo de destacar los estudios de los señores Reissner y Meissner, quienes obtuvieron la solución exacta para el caso en que la carga es simétrica respecto al eje de rotación de la superficie, lo que origina que, siendo también simétrica la deformación, exista una sola variable independiente: la latitud de la esfera. La simplicidad de la carga y deformación consiguiendo reducen los esfuerzos elásticos a las tensiones principales normales al meridiano y al paralelo, al par de flexión cuyo eje es la tangente al paralelo de la superficie media, par de flexión cuyo eje es la tangente al meridiano de la misma superficie y componente de esfuerzo cortante según la sección paralela, dirigido según el radio. O sea, cinco componentes en total, ya que por razón de simetría quedan excluidas las demás componentes de la sección elástica interna.

Las fórmulas de Reissner y Meissner, para el cálculo de cúpulas esféricas y para el caso particular del peso propio, obtenidas siguiendo el procedimiento antes señalado, son las siguientes:

Presión en la cara del paralelo.

$$P_p = -\frac{B}{R} \cos a + \frac{Rq \cos a - 1}{2h \sin^2 a}$$

Presión en la cara del meridiano.

$$P_m = -\frac{B}{R} \cos a - \frac{Rq}{2h} \cos a - \frac{Rq \cos a - 1}{2h \sin^2 a}$$

El momento según el paralelo es igual al según el meridiano.

$$M = -\frac{h^2 E y}{3R(y-1)} A \cos a$$

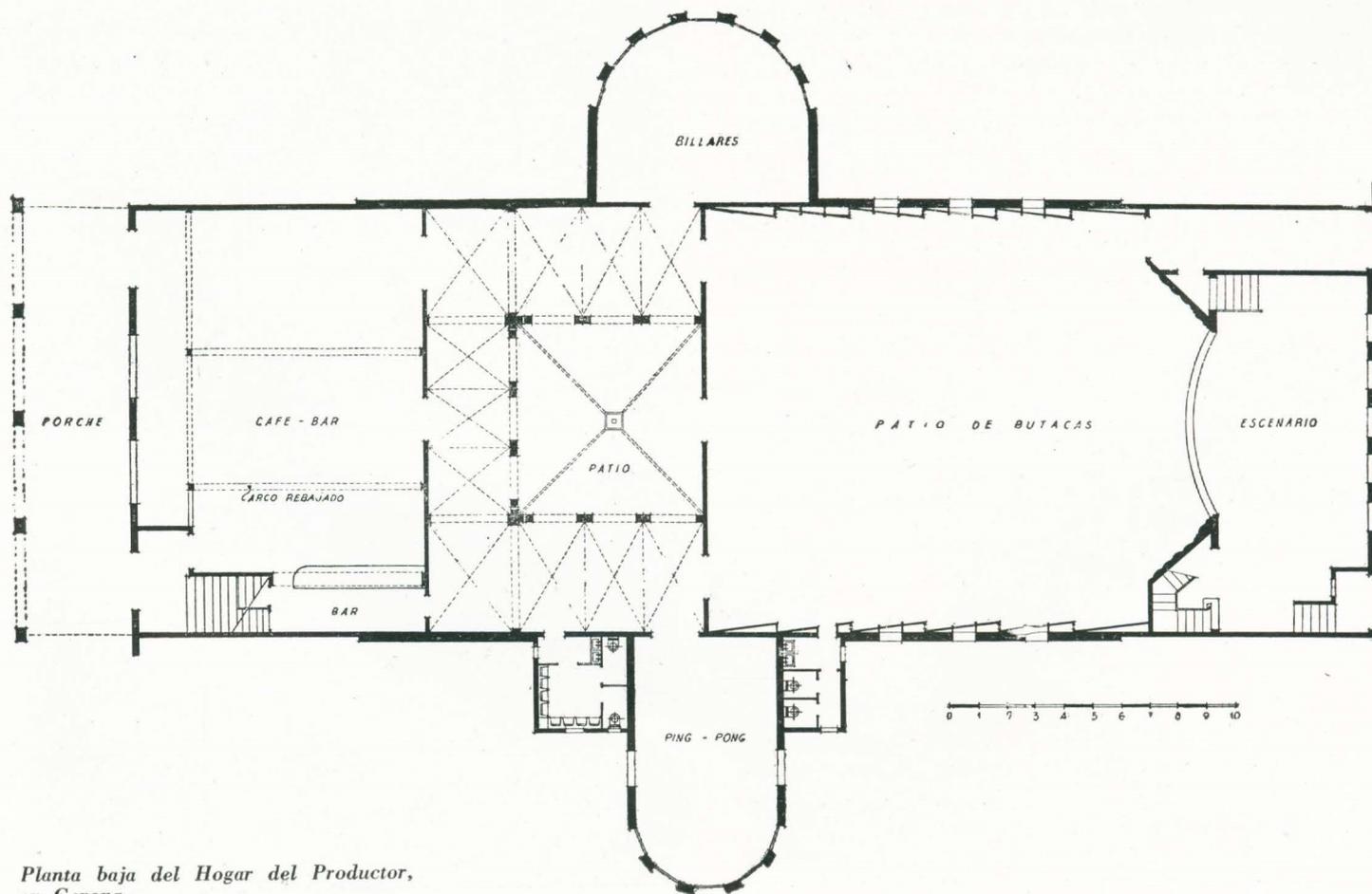
Siendo:

$$A = -\frac{R^3 q (2y + 1)}{2y E h (R^3 + \frac{h^3}{3})}; \quad B = -\frac{R^2 h q (2y + 1)}{6(y-1)(R^2 + \frac{h^2}{3})}$$

q = carga unitaria; a = ángulo con la vertical; R = radio de curvatura; y = coeficiente de Poisson; h = espesor de la bóveda; E = módulo elástico.

Cuando las cargas no son simétricas, sólo aproximadamente ha sido posible obtener su cálculo. Reissner logra poder considerar el efecto del viento en las cúpulas, pero con un grado de aproximación pequeño, ya que sus cálculos llevan condiciones límites poco de acuerdo con las que plantea la práctica.

Los señores Dischinger-Finsterwalder han logrado soluciones en membranas curvas a base de bóvedas cilíndricas sin empujes, valiéndose de tímpanos o testers



Planta baja del Hogar del Productor, en Gerona.

unidos rígidamente con la bóveda, actuando ésta a manera de viga de gran altura. En algunas traducciones se ha denominado este tipo de bóvedas «bóvedas tabicadas», si bien, en realidad, nada tiene que ver con el concepto de tabicada objeto de este tratado. El nombre de tabicado hace referencia al tabique o tímpano que actúa rígidamente con la bóveda.

CALCULO DE LA BOVEDA VAIDA TABICADA.— De forma resumida, hemos reseñado los principales estudios realizados sobre placas y membranas curvas. Pasaremos ahora a ocuparnos del caso particular de bóvedas vaídas y ver si en éstas podemos basarnos, para el cálculo, en las fórmulas y principios antes citados.

De una serie de pruebas de carga sobre bóvedas vaídas realizadas, hemos obtenido resultados evidentes de que estas bóvedas no producen empujes contra los lados, y sí sólo, según la dirección de las diagonales, en sus cuatro ángulos.

Al cargar una bóveda con su perímetro cerrado con tabiques, y sin empotrar en la misma, y si a su vez se ha arriostrado con armadura débil, observamos que ceden los cuatro ángulos, arrastrando tras sí los tabiques en forma tal que éstos se despegan totalmente de la bóveda, quedando unas fuertes grietas entre la misma y cada tabique que se cierran al llegar a los ángulos donde existe concentrado todo el empuje.

Si al construir la bóveda la hemos empotrado a los lados, al separarse los tabiques arrastrarán tras de sí parte de la bóveda y, produciéndose la grieta en forma de luneto o arco alabeado que arranca a poca distancia del ángulo, tiene su máxima flecha a la mitad del lado y vuelve a morir junto al otro ángulo. De esta forma aparece en los cuatro lados.

Tanto en el primer caso como en el segundo, en la bóveda no aparecen otras grietas más que las citadas, prueba evidente de que estas bóvedas apoyan y empujan sólo en los ángulos. Consecuencia de ello es el poder construir una bóveda aislada apoyada sobre cuatro pilares con perfecto resultado.

Ello indica que el comportamiento de estas bóvedas no responde al cálculo de cúpulas o casquetes esféricos, pues cuando aparecen estas grietas en forma de lunetos, a que antes nos hemos referido, parece más bien que su comportamiento es el de un casquete esférico sostenido

por arcos alabeados cuyo intradós es la propia grieta en forma de luneto. Su comportamiento es parecido a las membranas curvas con testeros rígidos, no produciendo empujes contra los lados de la bóveda y sí sólo sobre los ángulos.

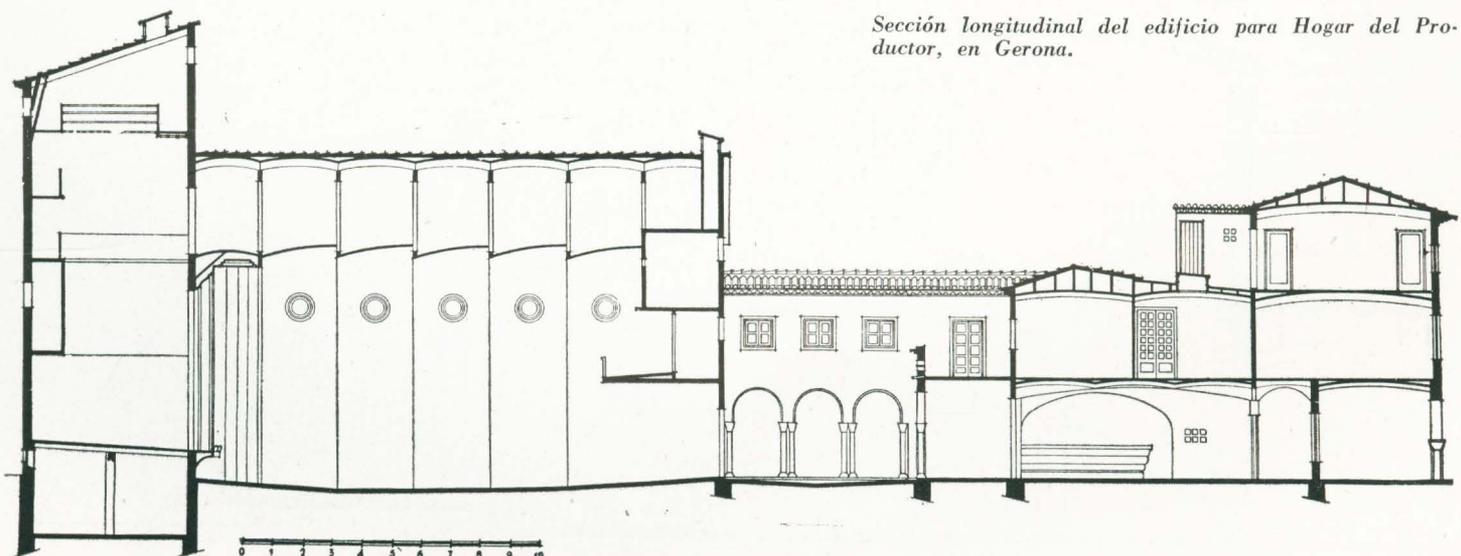
Ya en la práctica, una bóveda cilíndrica tabicada, al ceder los muros de apoyo, da lugar a un agrietamiento en forma de lunetos espontáneos, que ya indican cuán falsa es la teoría de que sólo se transmiten presiones en sentido de la curvatura y no en su perpendicular.

Una bóveda vaída podemos construirla de forma que, por razón de su proceso de construcción, se comprenda el que no ejerza empujes contra los lados. En efecto: si pasamos una primera hilada alrededor, en todo el perímetro del arco, tendremos cuatro arcos rebajados que no se apoyan en los muros, y sí solamente en los ángulos de apoyo. Si seguimos con una segunda hilada, concéntrica con la primera, ocurrirá lo propio, y así podemos hacer sucesivamente hasta cerrar la bóveda. Siguiendo este proceso comprendemos fácilmente el que los muros no ejerzan función resistente alguna.

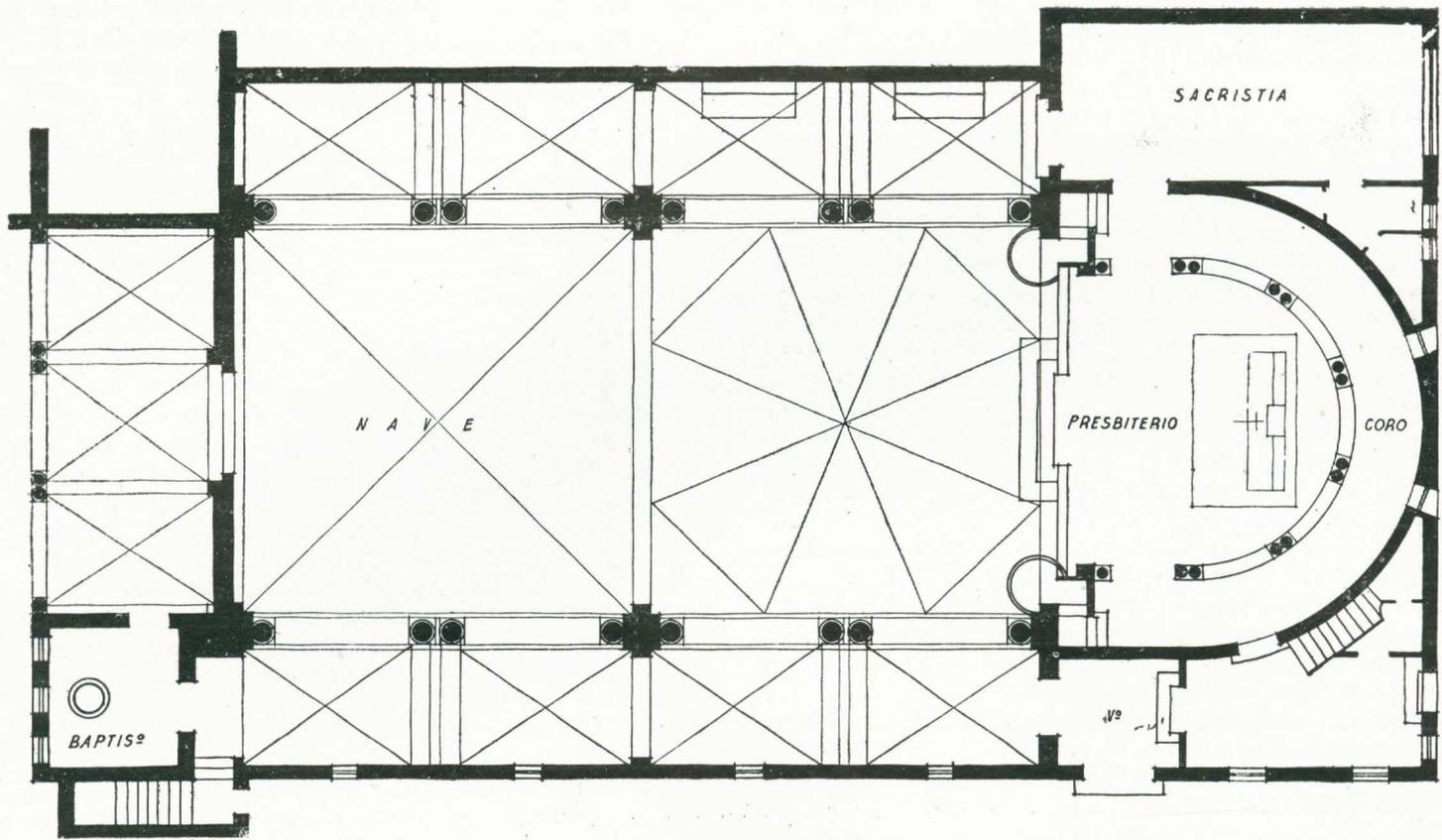
Todo cuanto hemos indicado nos da idea de lo complejo del cálculo exacto de estas bóvedas, al cual, por su misma complicación, llegaríamos a soluciones poco prácticas, con sistemas de integrales dobles, reñidas con el espíritu práctico que ha de prevalecer en la técnica arquitectónica. Así, pues, procuraremos simplificar su cálculo con soluciones aproximadas, cuyos resultados se hallen en concordancia con sus comportamientos reales.

METODO PRACTICO.—Supondremos la bóveda descompuesta por fajas curvas formando rectángulos concéntricos a los lados del perímetro, y estudiaremos el cálculo de las mismas de forma parecida a lo que se hace en placas apoyadas en todo su contorno y en bóvedas por arista.

Al partir de este supuesto, es preciso hacer constar que estudiando la bóveda bajo esta descomposición no es sistema que pueda admitirse en el cálculo exacto, a menos que se restablezcan íntegramente las reacciones que ejercen entre sí las partes que se consideran separadas. Caso contrario, podremos llegar al cálculo aproximado de una rejilla, pero jamás al de una estructura continua como es en realidad. Sin embargo, no con el deseo de escamotear la teoría de la elasticidad, sino faci-

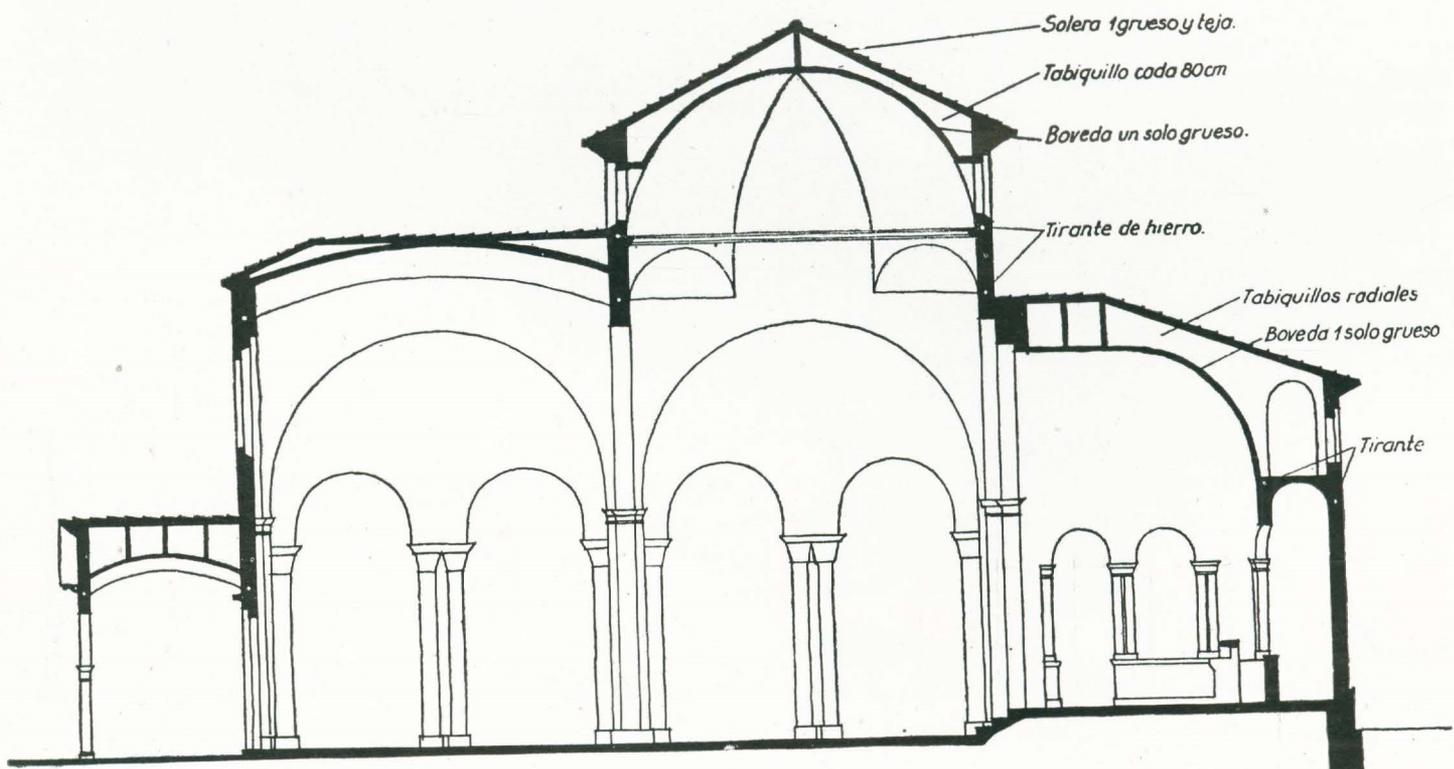


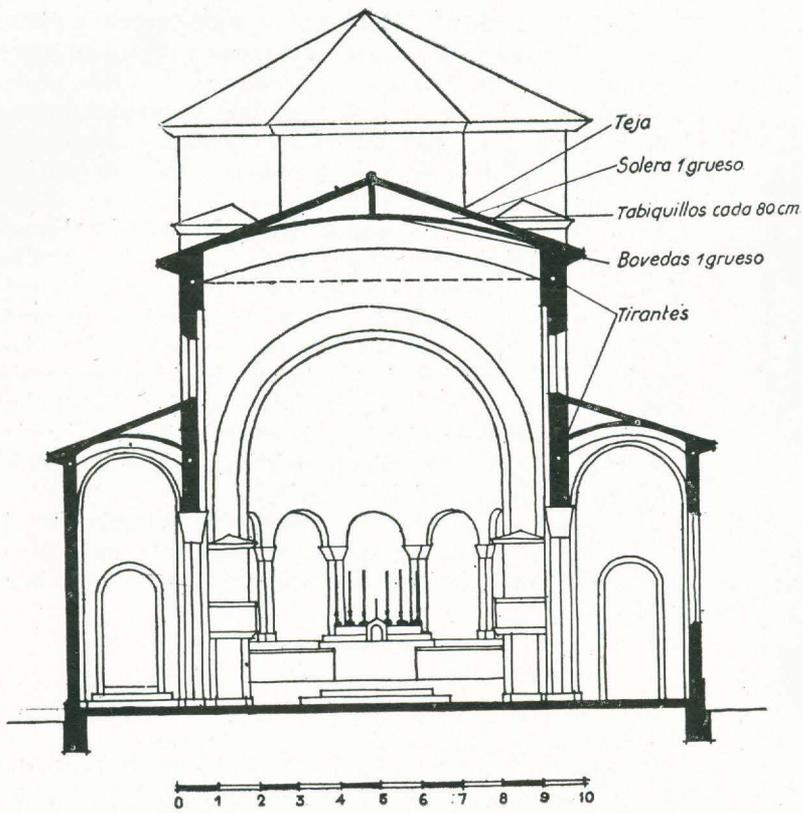
Sección longitudinal del edificio para Hogar del Productor, en Gerona.



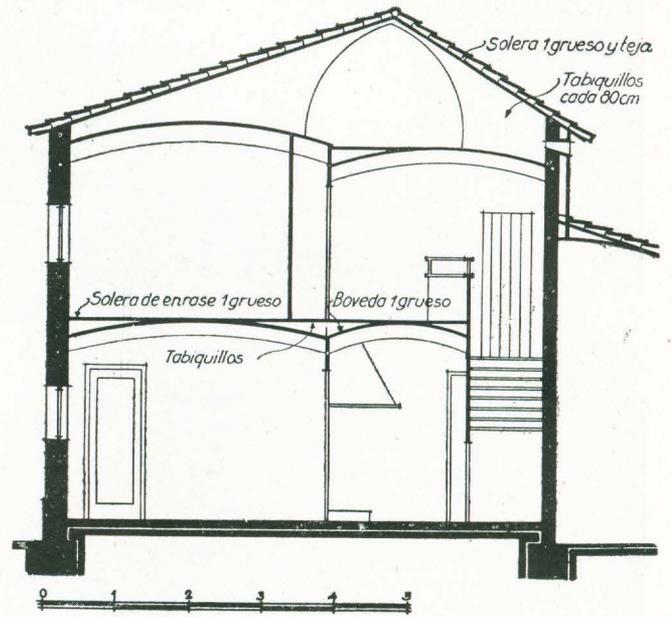
Planta baja de la iglesia del Grupo San Narciso, en Gerona.

Sección longitudinal.



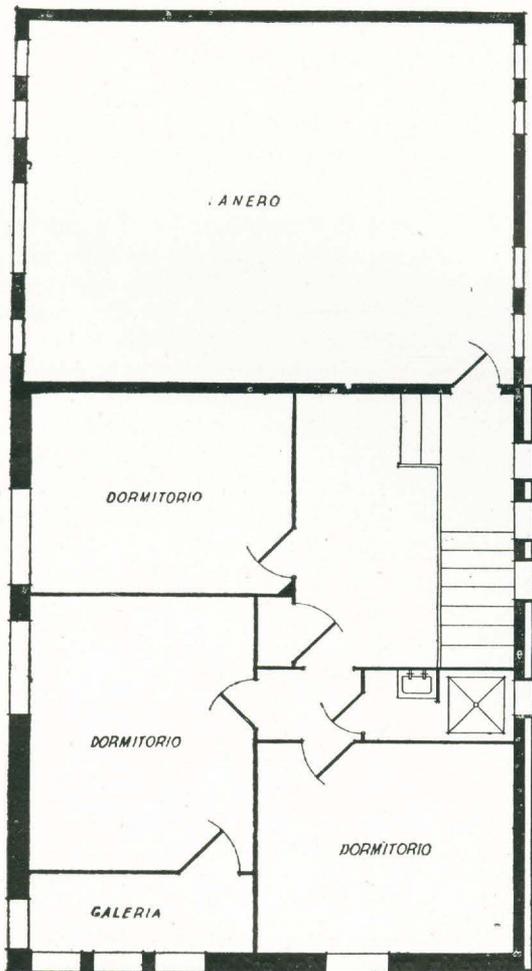


Sección transversal de la iglesia.

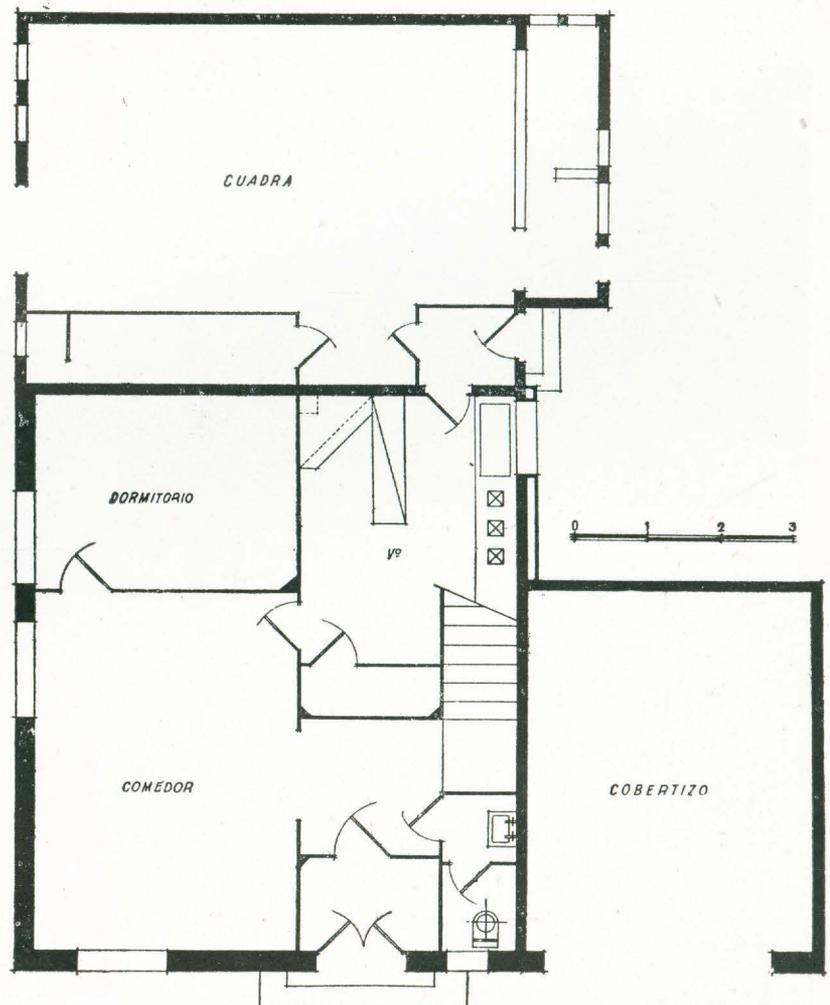


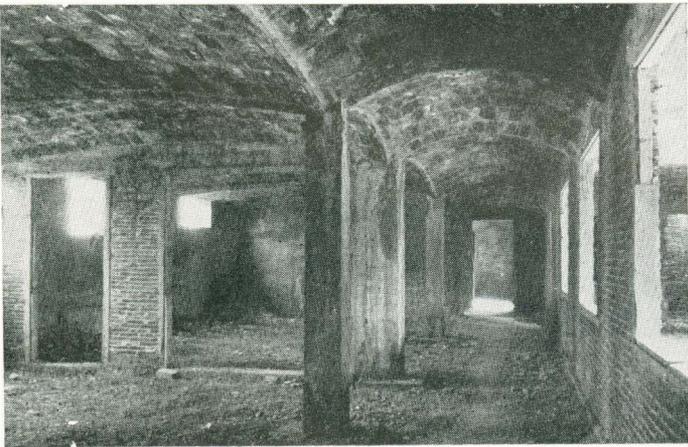
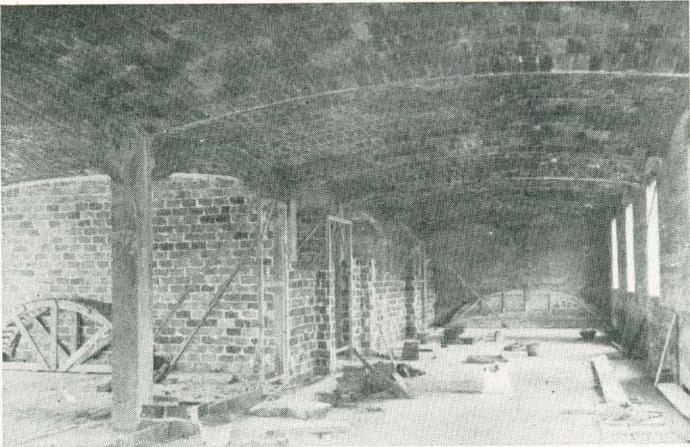
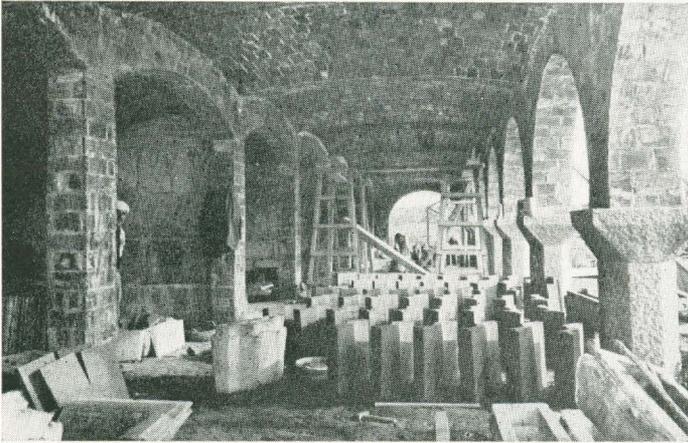
Sección de una vivienda para labrador, en Gerona.

Planta de piso de la vivienda.



Planta baja de la vivienda.





litar prácticamente el cálculo, es lo que nos mueve a plantear así el problema, cuyos resultados conforman perfectamente con la práctica experimental. Incluso podemos construir los tabiquillos que deben sostener la solera de enrase, en esta misma disposición y conforme vemos en las fotografías, formando verdaderos nervios resistentes de la bóveda.

Estas fajas las consideramos limitadas por las líneas diagonales. Así descompuesta, virtualmente, la bóveda, efectuaremos el cálculo de cada faja independientemente, como arco rebajado y actuando a manera de arco elástico empotrado por sus extremos—o sea en las diagonales—. Llamaremos l a la luz de la faja que consideramos—que es la distancia entre las dos diagonales del eje de la faja—; siendo p la carga unitaria sobre la faja, o sea la correspondiente a la unidad de longitud, y f la flecha del arco del eje de la faja.

El empuje horizontal de cada faja, suponiendo el arco rebajado como parabólico y con carga uniformemente repartida a lo largo de la misma, vendrá dado por la fórmula:

$$H = \frac{p l^2}{8 f}$$

en la que si denominamos q a la carga unitaria de la bóveda, tendremos: $p = q b$; siendo b el ancho de la faja. El momento de flexión, suponiendo cargado uniformemente la mitad del arco, será, junto a las diagonales, que es el momento máximo en apoyos empotrados:

$$M = \pm \frac{p l^2}{64}$$

Y en el cuarto de la luz será:

$$M_{1/4} = \pm \frac{p l^2}{1024}$$

De esta forma podríamos ir determinando el momento de inercia y la sección resistente necesaria en cada faja.

Las reacciones de estas fajas irán dirigidas según las tangentes a la curva de la faja junto a las diagonales. Componiendo las de fajas contiguas paralelas a los lados, obtendremos una resultante tangente a la bóveda y que será dirigida según la diagonal, como veremos más adelante. El que las resultantes de estas fajas sean tangentes a la bóveda es natural, tratándose de superficies cupulares en contraposición a las bóvedas por arista. Ello indica que la bóveda puede dejarse abierta en su parte central, ya que la diagonal no actúa como un arco.

De arriba abajo:

Bóveda con tirante oculto.

Bóveda de 6,50 m. de luz sobre pilares y tabiques.

Edificio en construcción con bóvedas vaídas tabicadas.

Hemos indicado que la resultante, tangente a la bóveda, estaba dirigida según la diagonal. ¿Cómo lograrlo?

Para que la resultante esté dirigida según la diagonal será preciso que el empuje h de la faja paralela al lado menor, al que denominaremos a , y el empuje h_b de la respectiva faja paralela al lado mayor, que denominaremos b , estén entre sí en la misma proporción de los lados, es decir, debe cumplirse:

$$(1) \quad \frac{a}{b} = \frac{h_a}{h_b}$$

Si denominamos l_a y l_b respectivamente, a las luces de los arcos de las fajas que consideramos, paralelos a los lados a , b y b_a ; b_b al ancho de las mismas, respectivamente, tendremos:

$$(2) \quad \frac{a}{b} = \frac{l_a}{l_b}$$

Igualdad deducida de la semejanza de triángulos.

Sea n el número de fajas paralelas al lado mayor, en que hemos dividido la bóveda, que será el mismo número de las correspondientes al lado menor. Por tanto, el ancho de la faja en relación a sus lados será:

$$b_a = \frac{b}{n} ; \quad b_b = \frac{a}{n}$$

Los empujes h_a y h_b vienen dados por la fórmula, caso de carga uniforme:

$$h_a = \frac{p b_a l_a^2}{8 f_a} = \frac{p \frac{b}{n} l_a^2}{8 f_a} = \frac{p b l_a^2}{8 n f_a}$$

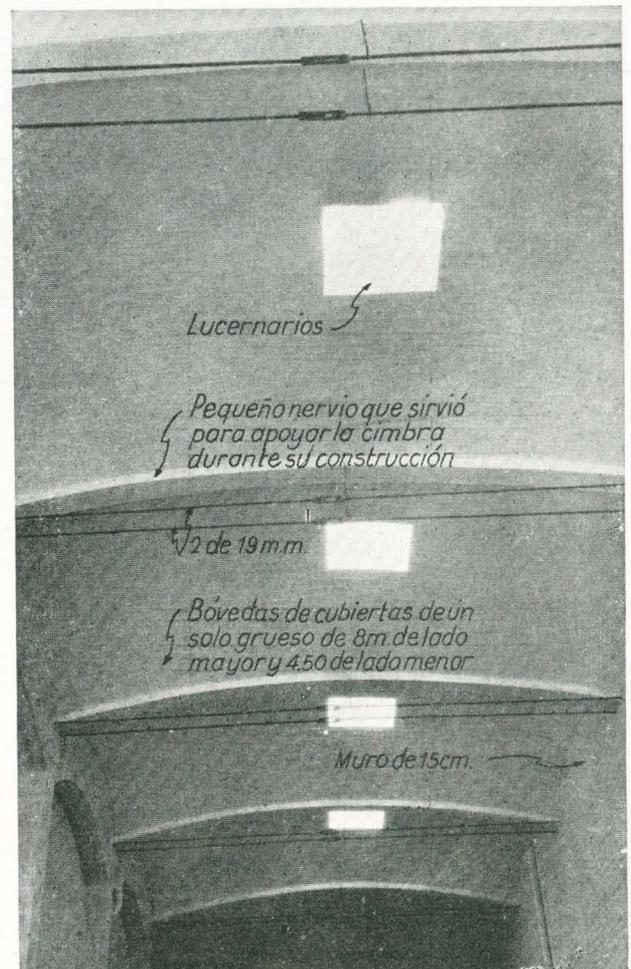
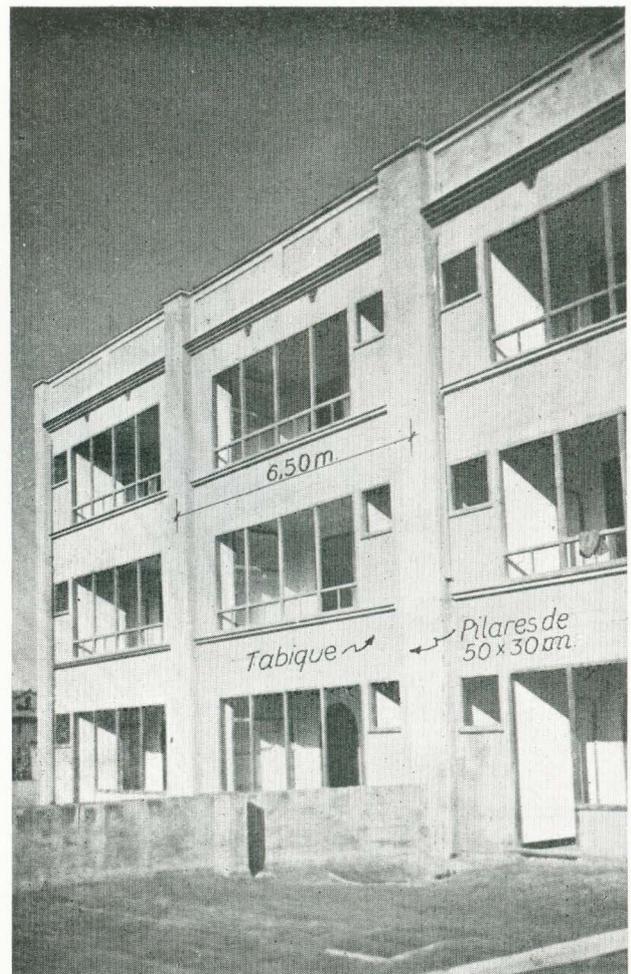
$$h_b = \frac{p b_b l_b^2}{8 f_b} = \frac{p \frac{a}{n} l_b^2}{8 f_b} = \frac{p a l_b^2}{8 n f_b}$$

en las que p es la carga unitaria de la bóveda; y f_a f_b las flechas respectivas según las fajas de cada lado.

Aplicando (1) tenemos:

$$\frac{a}{b} = \frac{\frac{p b l_a^2}{8 n f_a}}{\frac{p a l_b^2}{8 n f_b}} = \frac{8 n f_b p b l_a^2}{8 n f_a p a l_b^2} = \frac{f_b b l_a^2}{f_a a l_b^2}$$

Arriba: Fachada al patio de manzana de una vivienda de cuatro plantas totalmente construida con bóvedas.
Abajo: Almacén de vinos en Gerona. La cubierta está a 8 m. del pavimento. A la izquierda, pies derechos para ampliar el local derribando los tabiques de los entrepaños.



Y como de la igualdad (2) tenemos:

$$b = \frac{a l_b}{l_a}$$

sustituyendo el valor de b en la anterior igualdad:

$$\frac{a}{b} = \frac{f_b a l_b l_a^2}{f_a a l_b^2 l_a} = \frac{l_a f_b}{l_b f_a}$$

Y de la igualdad (2) y ésta deducimos que:

$$f_a = f_b$$

lo que indica que *para que las resultantes de los empujes parciales de las fajas consideradas den cuatro resultantes dirigidas según las diagonales y en los cuatro ángulos, es preciso que las flechas de la cimbra directriz y de la generatriz sean iguales.*

Cuando se cumpla la condición anterior podremos construir una bóveda aislada apoyada sólo por los cuatro ángulos.

Prácticamente puede prescindirse de buscar las resultantes parciales para obtener el empuje de la bóveda en los ángulos, puesto que, efectuado en esta forma, nos dan resultados semejantes al correspondiente al arco formado por la diagonal con la mitad de la carga total de la bóveda. Es decir, aplicando la fórmula:

$$(3) \quad H = \frac{p a b l}{2 f 8}$$

siendo H = empuje horizontal según la dirección diagonal; p = carga unitaria de la bóveda; a y b = lados de la bóveda; l = igual luz del arco diagonal (igual a la longitud de la diagonal en planta); f = flecha del arco diagonal (suma de las flechas del arco directriz y generatriz, o sea doble del de la generatriz).

Conocido el empuje horizontal en el ángulo y la componente vertical de la reacción en el apoyo—en el caso que estudiamos es una cuarta parte de la carga total de la bóveda—podemos conocer la presión sobre el apoyo componiendo las dos. Dividiendo esta resultante por la sección de apoyo de la bóveda tendremos la fatiga de la misma, la cual no podrá ser superior al coeficiente práctico 15 kg/cm.².

Si efectuado el cálculo anterior tuviéramos mayor fatiga que la indicada, deberemos ensanchar la base de apoyo, o aumentar la sección de la bóveda en su apoyo, cosa que lograremos fácilmente construyendo el tabique doble y distanciados unos 10 cms., pudiendo, si es preciso, rellenar parte con hormigón para obtener mayor superficie de apoyo.

EJEMPLO DE CALCULO.—Para mejor facilitar la comprensión del método práctico de cálculo vamos a realizar, a vía de ejemplo, un caso práctico.

La superficie a cubrir por la bóveda suponemos que es de 5 × 3 metros, o sea en total 15 metros cuadrados.

La luz del arco diagonal corresponderá a 5,40 metros. La bóveda la ejecutaremos con ladrillo hueco mediano de 4 cms. de espesor, del que sólo consideramos 3 centímetros a los efectos de sección resistente. Daremos una flecha al arco diagonal de $1/10 \times l = 54$ cms. Por tanto, las cimbras—generatriz y directriz—tendrán una flecha de 27 cms. La carga permanente será de 100 kilogramos por metro cuadrado; y la sobrecarga, 150 kilogramos por metro cuadrado, o sea carga total por unidad, 250 kilogramos por metro cuadrado.

Para conocer el valor del empuje en el ángulo haremos uso de la fórmula (3).

$$H = \frac{250 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5'40}{2 \cdot 8 \cdot 0'54} = 2'36 \text{ toneladas.}$$

Para calcular la sección de hierro, como ya hemos indicado al principio, descompondremos este empuje, según la diagonal, en dos componentes, según los lados de la bóveda; lo que efectuado por vectores nos da: $h_a = 1,22$ toneladas; $h_b = 2,04$ toneladas. La sección de hierro a colocar sobre el lado menor será:

$$S_a = \frac{1'22}{1'20} = 1'02 \text{ cm}^2; \text{ y } S_b = \frac{2'04}{1'20} = 1'70 \text{ cm}^2$$

O sea que para arriostramiento colocaremos un redondo de 12 mm. \varnothing en los lados menores, y un redondo de 15 mm. \varnothing en los lados mayores.

La superficie total de la bóveda será = 15 m.².

El peso total de hierro con horquilla = 20 kg.

El hierro por metro cuadrado de superficie = 1,33 kilogramos por metro cuadrado.

Para comprobar la fatiga en la sección de apoyo compondremos este empuje con la reacción vertical de apoyo, y obtendremos una presión de 2.500 kg. Si la base de apoyo tiene sólo 40 cm., la sección de apoyo sería: $40 \times 3 = 120 \text{ cm}^2$. La fatiga sería:

$$\frac{2.500}{120} = 21 \text{ kg./cm}^2$$

fatiga mayor a la máxima admisible. Deberemos aumentar el apoyo o la sección de la bóveda junto a éste. Construyendo el tabique diagonal doble -distanciado 15 cm., y rellenando en una longitud de 60 cm. 10 cm. de altura, y reduciendo el pilar de apoyo a 15 cm., tendremos una superficie de apoyo de 15 (10 + 3) = 195 cm.². Luego la fatiga será:

$$\frac{2.500}{195} = 12'80 \text{ kg./cm}^2$$

fatiga perfectamente admisible, a pesar de reducir el apoyo a 15 cm. de ancho.

Para calcular el pilar de apoyo tendremos que la carga total de la bóveda será de $3 \times 5 \times 250 = 3.750 \text{ kg}$. La reacción vertical de apoyo será:

$$\frac{3.750}{4} = 940 \text{ kg.}$$

en números redondos.

Sirviéndonos de apoyo la L que forman los tabiques en el ángulo, y considerando sólo el ángulo resistente de 15 cm. de lado, la superficie de apoyo es $(15 + 15) \times 3 = 90 \text{ cm}^2$. La fatiga será:

$$\frac{940}{90} = 10'40 \text{ kg./cm}^2$$

perfectamente admisible.

Si la carga fuera mayor podríamos chaflanar ligeramente el ángulo, y obtendríamos un pilar triangular de gran capacidad resistente. Igualmente haríamos en caso de que el piso tuviera mucha altura y lo exigiera la estabilidad Euleriana.

COLOCACION DE LOS HIERROS DE ARRIOSTRAMIENTO.—Para estudiar la colocación de los hierros lo dividiremos en tres casos:

- 1.º Bóveda construída sobre una dependencia cerrada con tabiques o muros.
- 2.º Bóveda construída al aire, sin distribución inferior y con tirante visto.
- 3.º Bóveda construída al aire, sin distribución inferior y con tirante oculto.

CASO 1.º En el caso de existir distribución inferior, o sea cuando hacemos una bóveda por cada dependencia, colocaremos el hierro redondo de cinco a diez centímetros por encima del punto de arranque de la bóveda. Los empalmes, si son necesarios, los haremos con simple horquilla. Los hierros se protegerán con mortero de cemento portland, rápido u otro cemento que lo proteja, y encima del tirante, perfectamente protegido, continuaremos el tabique o muro, hasta llegar al nivel del pavimento superior.

CASO 2.º Tendremos cuidado, cuando no exista distribución inferior, de colocar los hierros perfectamente a nivel, y a la misma altura que la fijada en el caso 1.º. A su vez, para que no queden colgados podemos colocar al centro o a tercios unos pequeños tirantillos verticales que lo sujeten a la bóveda. El espacio entre el tirante y la bóveda puede ir protegido con mortero de portland, especialmente en caso de incendio, o bien podemos dejarlo totalmente visto.

CASO 3.º Muchas veces, especialmente cuando apoyan sobre columnas, o a efectos decorativos, interesa que el hierro, caso de no existir distribución inferior, quede totalmente oculto. En este caso, el hierro lo colocaremos encima mismo de la bóveda, encima del arco generatriz y

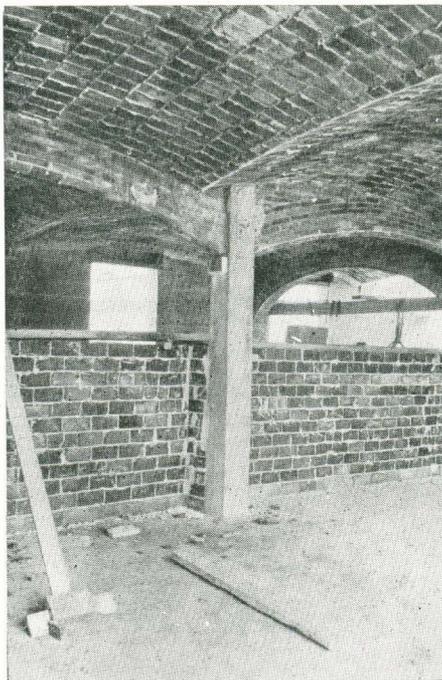
directriz, en los lados. Debe tenerse presente que así efectuado el arriostramiento se produce un pequeño momento de flexión en el muro por razón de arriostar a altura superior de donde realmente se produce el empuje, cosa que debemos tener presente, si bien deja de tener importancia cuando existen pisos superiores. En todo caso conviene que los tabiquillos diagonales se ejecuten dobles, rellenando hasta el nivel del tirante para evitar la deformación del cuadro de arriostramiento por corrimiento del vértice hacia la bóveda, con lo que se provocaría su colapso.

CARACTERISTICAS DE SU EJECUCION.—Si bien hemos indicado que las bóvedas vaídas no producen empujes contra los lados, no obstante hemos de prever los empujes que sobre los mismos se producen durante su ejecución. Al construir la bóveda actúa como una bóveda cilíndrica de arco rebajado, produciendo los empujes contra los lados donde existen las cimbras directrices; por tanto, hemos de prever el arriostramiento de los mismos durante su ejecución, cosa que logramos mediante apeos. Estos podrán quitarse una vez cerrada.

Ya hemos indicado que dichas bóvedas no deben empotrarse en los muros o tabiques; si ello lo hacemos se producirán grietas en la primera hilada debido a las flexiones que dicho empotramiento ocasiona; grietas éstas que ya hemos indicado tienen la forma de lunetos entrantes.

De forma resumida hemos indicado las principales características de este sistema de bóvedas, cuyas ventajas son por todos conceptos evidentes. Si en su ejecución se tienen en cuenta las normas de buena construcción y cuanto en este trabajo se detalla, tenga seguridad el técnico que su comportamiento estará de acuerdo con estos cálculos. La estabilidad de estas construcciones, que siendo ligeras están totalmente arriostradas y zunchadas en cada piso, imposibilitan totalmente las grietas

de giro, siempre graves en construcción. Podría suprimirse una gran cantidad de hierro si al calcular las bóvedas tenemos en cuenta el contrarresto de empujes provocado por las bóvedas contiguas, pues en este caso bastaría arriostar las crujeas del perímetro del edificio; no obstante, dada la poca cantidad de hierro que entra en estos edificios, es preferible, en atención a su estabilidad, prescindir del contrarresto mutuo de bóvedas y arriostarlas totalmente. Con ello logramos una gran seguridad ante vibraciones y pequeños movimientos de subsuelo, a la vez que una duración ilimitada.



Bóvedas sobre pilares aislados.