

## CAPACIDAD DE APOYO DE UN TERRENO

Por Antonio García de Arangoa, Arquitecto  
Catedrático de la Escuela Superior de Arquitectura

(Continuación.)

### CRITERIO DE ROTURA POR DESLIZAMIENTO GENERAL.

#### Resultados experimentales.

Como ya hemos señalado en el anterior artículo, publicado bajo el mismo título, si la carga unitaria de un cimiento sobrepasa el valor de la carga crítica de Fröhlich, se producen bajo él, y especialmente en proximidad de sus bordes, deslizamientos locales limitados a zonas cuya amplitud crece al aumentar la intensidad de la carga. Si ésta sigue creciendo, llegará a alcanzar un valor bajo el cual el cimiento comienza a hundirse en el terreno (fig. 1), desplazando hacia abajo, y a ambos lados, zonas de tierra, que concluyen por extenderse en su deslizamiento hacia la única parte libre, es decir, hacia la superficie del terreno. Al par que se hunde la zapata, las tierras tienden, pues, a desplazarse y aflorar en la superficie.

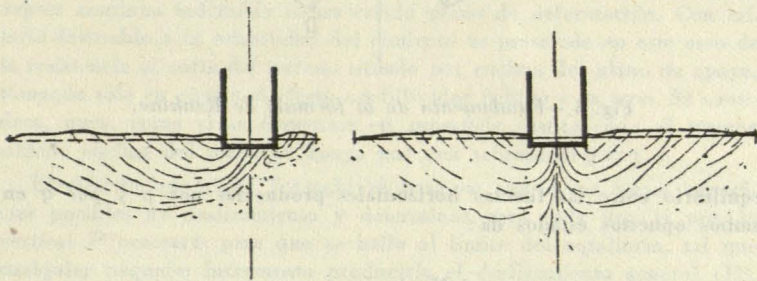


Fig. 1.—Deslizamientos bajo un cimiento.

Estos fenómenos, que son fáciles de contrastar, simplemente observando las modificaciones del relieve en superficie, han sido también comprobados experimentalmente en el interior de la masa, haciendo actuar sobre un depósito especial, que contiene arena, una carga en faja creciente. Siendo de luna transparente una de las paredes de este depósito, y tomando fotografía con exposición del desarrollo del fenómeno, se han observado así una o dos zonas de fluencia, en las que los granos aparecen movidos y señaladas sus trayectorias en el desplazamiento (11).

El deslizamiento se produce, unas veces, sólo en un sentido, y, a veces, simétricamente en ambos; pero en todo caso la importancia de estos movimientos de deslizamiento general representa la rotura del terreno, incapaz ya de equilibrar los esfuerzos transmitidos por el cimiento.

Desde mucho tiempo atrás se ha venido buscando la condición límite para que no lleguen a producirse tales deslizamientos. Las superficies de deslizamiento son, en general, curvas; pero se prefiere utilizar en los cálculos, siempre que se puede, soluciones aproximadas a base de superficies de deslizamiento planas (estados de Rankine).

#### Relación entre las tensiones principales en el estado límite.

Vimos en la primera parte de este artículo que, cuando una masa de terreno coherente está en el estado límite entre reposo y movimiento, en sus puntos se verifica la condición general de plasticidad de Mohr

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = k \left( \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + c \cdot \cot \rho \right) \quad k = \tan \rho$$

Despejando de ella  $\sigma_1$  se deduce

$$\sigma_1 = \sigma_3 \frac{1 + \tan \rho}{1 - \tan \rho} + 2c \frac{\cos \rho}{1 - \tan \rho}$$

Relación en la que, si transformamos sus coeficientes por Trigonometría,

$$\sigma_1 = \sigma_3 \operatorname{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\rho}{2} \right) + 2c \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\rho}{2} \right)$$

El valor  $\operatorname{tg}^2 (\pi/4 + \rho/2)$  es llamado *coeficiente de deslizamiento*, depende sólo de  $\rho$  y se designa por abreviar con el símbolo  $N_\rho$ . Introduciéndolo en la anterior relación, se simplifica ésta notablemente

$$\sigma_1 = \sigma_3 N_\rho + 2c \sqrt{N_\rho} \quad N_\rho = \operatorname{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\rho}{2} \right)$$

y nos permite obtener una de las tensiones principales, conocida la otra si la masa está en un estado de equilibrio límite (12).

#### Terreno horizontal: Estados activo y pasivo de Rankine.

Si la superficie del terreno es horizontal, y solicitada a lo más por una carga uniforme vertical, la presión unitaria  $\sigma_z$  sobre una superficie horizontal elemental será siempre el peso por unidad de superficie de la sobrecarga y tierras situadas por encima  $\sigma_z = \gamma z + q$ . En una masa de tierras en esta situación se presentan con frecuencia dos casos límites de equilibrio (fig. 2):

- A) Que la compresión dominante sea vertical.
- B) Que dicha compresión dominante sea horizontal.

Estos estados se llaman, respectivamente, *estados activo y pasivo de Rankine*.

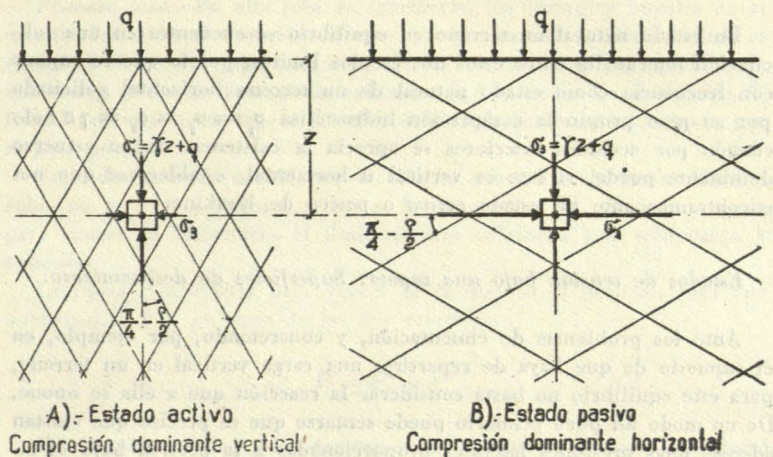


Fig. 2.—Estados activo y pasivo de Rankine.

En el *estado activo*, supuesto que en la superficie actúe una sobrecarga uniforme  $q$ , la compresión dominante es la vertical  $\sigma_1 = \gamma z + q$  y los planos de deslizamiento forman ángulo  $\pi/4 - \rho/2$  con ésta. La compresión principal mínima  $\sigma_3 = \sigma_A$  será:

$$\sigma_A = 2c \frac{1}{\sqrt{N_\rho}} + (\gamma z + q) \frac{1}{N_\rho}$$



En el estado pasivo, que para nuestro estudio es el más interesante, la compresión mínima es la vertical  $\sigma_3 = \gamma z + q$  los planos de deslizamiento forman el ángulo  $\pi/4 - \rho/2$  con la horizontal, y la compresión dominante  $\sigma_1 = \sigma_p$  es:

$$\sigma_p = 2c \sqrt{N_\rho} + (\gamma z + q) N_\rho$$

Esta compresión puede desdoblarse en dos parciales  $\sigma'_p$  y  $\sigma''_p$  una que comprende el término que depende de  $z$  y otra con los dos términos no influenciados por la profundidad.

$$\sigma_p = \sigma'_p + \sigma''_p \quad \begin{cases} \sigma'_p = \gamma z N_\rho \\ \sigma''_p = 2c \sqrt{N_\rho} + q N_\rho \end{cases}$$

Sobre un plano sección vertical de un metro de ancho y altura  $H$ , la resultante de las tensiones es el llamado empuje pasivo  $E_p$  que se compone de dos resultantes parciales, una  $E'_p$  (fig. 3), de las tensiones pro-

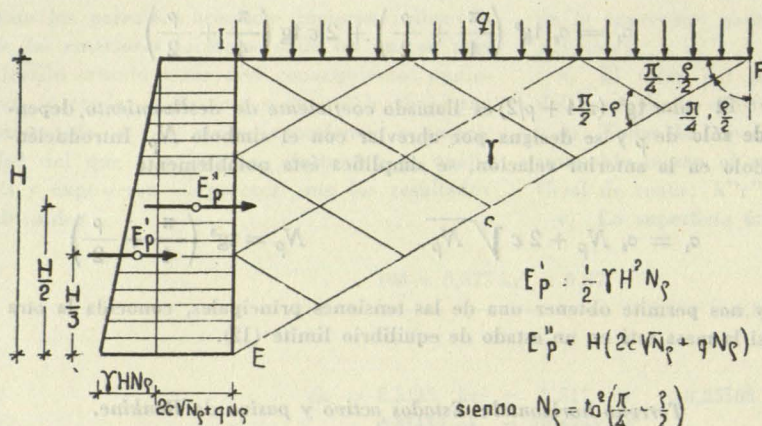


Fig. 3.—Resultantes parciales del empuje pasivo  $E_p$

porcionales a la profundidad  $z$  localizada en el tercio inferior, y otra de las uniformes  $E''_p$  actuando en el centro (12)

$$E_p = E'_p + E''_p \quad \begin{cases} E'_p = \frac{1}{2} \gamma H^2 N_\rho \\ E''_p = H (2c \sqrt{N_\rho} + q N_\rho) \end{cases} \quad N_\rho = \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\rho}{2} \right)$$

En estado natural un terreno en equilibrio se encuentra en una sollicitación intermedia entre estos dos estados límites, por lo que se supone con frecuencia como estado natural de un terreno horizontal sollicitado por su peso propio la compresión hidrostática  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \gamma z$  Sólo cuando por acciones exteriores se aprecia la existencia de un esfuerzo dominante puede, si éste es vertical u horizontal, establecerse que nos encontramos ante un estado activo o pasivo de Rankine.

#### Estados de tensión bajo una zapata: Superficies de deslizamiento.

Ante los problemas de cimentación, y concretando, por ejemplo, en el supuesto de que haya de repartirse una carga vertical en un terreno, para este equilibrio no basta considerar la reacción que a ella se opone. De un modo un poco primario puede sentarse que es preciso que existan además unas presiones laterales proporcionadas a la presión bajo el cimiento. Existirá, pues, bajo éste un estado activo de Rankine con compresión dominante vertical, presión que a los lados del cimiento produce compresiones dominantes horizontales, estados pasivos, que han de poder guardar el equilibrio merced al peso de las tierras (fig. 4).

Tenemos así las bases de la primitiva fórmula de Rankine, actualmente en desuso, por no corresponder bien a la realidad por incorrecciones de planteo.

Considerando el caso de la cimentación sobre arena de un muro indefinido, Rankine supone (fig. 5) que el prisma  $BCD$  cargado verticalmente con la presión  $p$  del cimiento se halla en estado activo, mientras junto a él otro  $BDE$  cargado con el peso de las tierras situadas encima del plano de apoyo  $q = \gamma t$  se halla en estado pasivo. En el plano vertical  $BD$  el

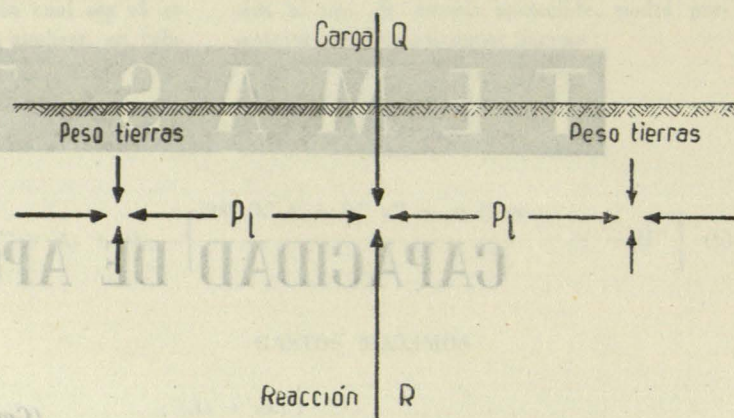


Fig. 4.—Representación esquemática del estado de tensiones bajo un cimiento.

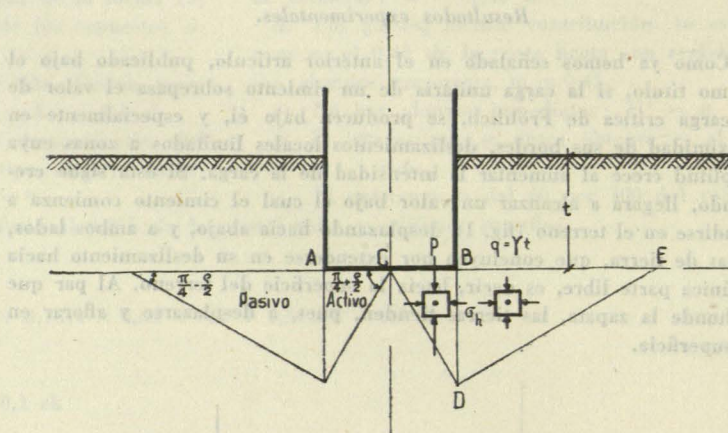


Fig. 5.—Fundamento de la fórmula de Rankine.

equilibrio entre las fuerzas horizontales producidas por  $p$  y por  $q$  en ambos opuestos estados da:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_h &= \gamma t N_\rho \\ p &= \sigma_h N_\rho \end{aligned} \right\} \quad p = \gamma t N_\rho^2$$

Esta fórmula tiene dos fallos de importancia. La línea de deslizamiento se quiebra bruscamente en  $D$  y no satisface las condiciones de continuidad en su curvatura que la experiencia nos muestra deben exigirse. Tampoco considera el efecto estabilizador del peso del terreno situado bajo el plano de apoyo (8).

La Elasticidad no puede darnos una idea exacta del desarrollo de los fenómenos de deslizamiento, ya que, al producirse los iniciales, se alteran las isostáticas y la distribución de tensiones, concentrándose éstas más fuertemente bajo la carga.

Hemos, pues, de conformarnos con una representación esquemática de las superficies de deslizamiento, del tipo de la ideada por Prandtl, o en la

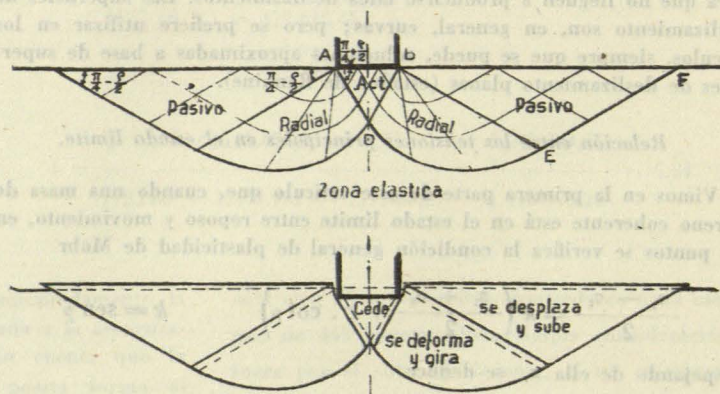


Fig. 6.—Superficies de deslizamiento según Prandtl.



forma modificada por Terzaghi, considerando el efecto del rozamiento bajo la base del cimiento. Intercala Prandtl entre la *zona activa* bajo el cimiento y las *pasivas* laterales (fig. 6) unas de acuerdo, que se denominan *zonas de corte radial*, así llamadas porque en ellas una de las familias de superficies de deslizamiento se considera *radial*, partiendo de los puntos *A* y *B*, y la otra está formada por espirales logarítmicas, que cortan a las anteriores bajo ángulo  $\pi/2 - \rho$  enlazando tangenteamente con las zonas activa y pasiva de Rankine. Los límites de la zona activa son las dos rectas que, partiendo de los extremos *A* y *B* de la zapata, forman con la horizontal ángulos  $\pi/4 + \rho/2$  mientras de la zona pasiva se conocen los ángulos  $\pi/4 - \rho/2$  que los planos que la limitan forman con el plano de apoyo, en cuanto a su amplitud queda marcada por la espiral logarítmica que arranca del vértice *D* de la zona activa central.

Esta forma un poco rígida de las superficies de deslizamiento ha sido modificada en detalles por los distintos investigadores que se han ocupado del problema del deslizamiento general, ya que la forma de las superficies no debe depender sólo del rozamiento y del ancho del cimiento, sino del peso del terreno, de la profundidad del plano de apoyo y hasta de la cohesión.

El valor de la carga crítica de rotura que ocasiona el deslizamiento general del terreno, con hundimiento del plano de apoyo, se puede obtener planteando la ecuación de equilibrio de un fragmento de la masa por método mixto gráfico-analítico, combinando la ecuación de equilibrio con construcciones gráficas de determinación del empuje pasivo, o también empleando abacos basados, bien en la anterior ecuación de equilibrio o en la resolución del problema elástico en la zona de corte radial. Pasemos brevemente revista a algunos de estos métodos.

#### Método gráfico de Terzaghi para zapata continua superficial.

Da Terzaghi el nombre de *zapatas superficiales* a aquéllas cuya profundidad *t* de asiento es menor que el ancho  $2b$ . El estado elástico bajo la zapata continua indefinida es un estado plano de deformación. Con criterio favorable a la estabilidad del cimiento se prescinde en este caso de la resistencia al corte del terreno situado por encima del plano de apoyo, tomando sólo en cuenta el efecto estabilizador debido a su peso. Se considera, pues, como si se cimentase en superficie substituyendo el terreno situado encima del plano de apoyo por una sobrecarga  $q = \gamma \cdot t$ .

El método que sigue Terzaghi se basa en considerar varias superficies posibles de deslizamiento y determinar para cada una la presión vertical *P* necesaria para que se halle al límite del equilibrio, tal que cualquier pequeño incremento produciría el deslizamiento general (12).

Terzaghi varía algo la forma de las superficies de deslizamiento adoptada por Prandtl. Por efecto de la rugosidad en la base del cimiento, y atendiendo a los esfuerzos de fricción que allí han de producirse, considera (fig. 7) que la parte de terreno situada bajo la zapata no puede extenderse transversalmente, por lo que trabaja elásticamente y puede imaginarse como formando parte de la zapata. Como el suelo bajo la zapata cede, esto exige que la superficie de deslizamiento que arranca de *D* sea allí vertical. Condición que hace que la cuña elástica bajo la zapata esté limitada por los dos planos *AD* y *BD* inclinados  $\rho$  con relación a la horizontal.

Sucesivamente podemos considerar superficies de deslizamiento de amplitudes diversas. Para cada una plantearemos el equilibrio límite de la zona rayada (fig. 7), comprendida entre el plano de apoyo, el límite *BD* de la zona elástica, inclinada  $\rho$ , la espiral de acuerdo y una verti-

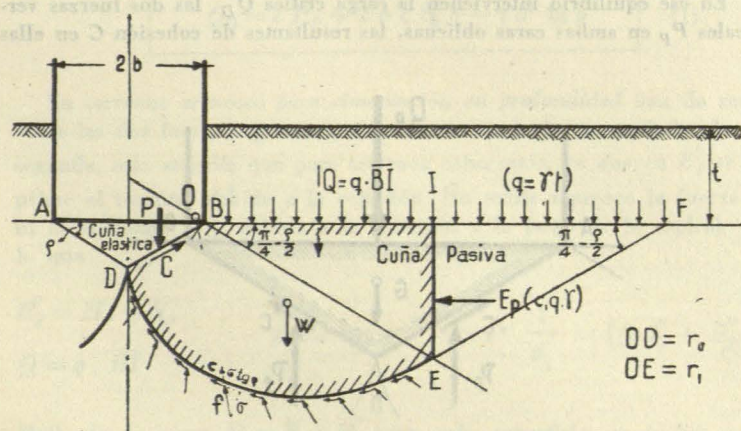


Fig. 7.—Superficies de deslizamiento según Terzaghi.

cal por el punto *E*, en que dicha espiral enlaza con el plano oblicuo *EF* de deslizamiento.

Hay que establecer el equilibrio de fuerzas de esta masa en una faja de 1 m. de ancho para el instante anterior al deslizamiento general. De las fuerzas actuantes, unas son conocidas, otras se determinan fácilmente, otras, por su situación, pueden eliminarse, y, por último, una, la fuerza *P*, límite para el deslizamiento general, se deduce de la ecuación de equilibrio.

**Fuerzas conocidas:** *W* — Peso del fragmento de masa cuyo equilibrio se considera. Se obtiene midiendo con planímetro, por ejemplo, la superficie *S*. Conocida ésta se deduce inmediatamente  $W = S \gamma$ . Actúa esta fuerza en el c. d. g., cuya situación se determina equilibrando en distintas posiciones una cartulina recortada de igual forma.

*Q*. — Peso de las tierras sobre el plano de apoyo hasta la superficie del terreno  $Q = \gamma \cdot t \cdot \overline{BI}$ , de intensidad uniforme.

*C*. — Fuerza tangencial de cohesión sobre el plano *BD* de intensidad unitaria *c*.

$$C = \frac{b}{\cos \rho} \cdot c$$

**Fuerzas fáciles de determinar:** El valor límite del empuje pasivo  $E_p$  de Rankine en el plano *EI*, que, como hemos visto, depende del peso específico aparente  $\gamma$ , de la sobrecarga de tierras  $q = \gamma t$  y de la cohesión *c* en el plano *EF*.

**Fuerzas que pueden eliminarse.**—A lo largo de la espiral se desarrollan fuerzas normales y tangenciales. Según la condición de resistencia de tierras coherentes  $\tau = c + \sigma \operatorname{tg} \rho$  se deduce que, separando de las tangenciales el valor de la cohesión, quedan un conjunto de fuerzas inclinadas  $\rho$  con respecto a los elementos de superficie, concurrentes, por tanto, en el Polo *O* de la espiral, fuerzas que pueden eliminarse, si, como ecuación de equilibrio, se adopta la de momentos respecto a *O*. El momento respecto a dicho punto de las fuerzas de cohesión, cuyo valor unitario es *c*, puede demostrarse es:

$$M_{\infty} = \frac{c}{2 \operatorname{tg} \rho} (r_1^2 - r_0^2)$$

**Fuerza desconocida.**—La *P* crítica para el deslizamiento. Desconocida en magnitud, pero conocida en dirección, ya que ha de formar el ángulo  $\rho$  con el plano *BD*, y que es, por tanto, vertical. Su posición no es bien conocida, ya que depende del reparto de los esfuerzos a lo largo del segmento *BD*.

Para salvar esta dificultad, resolveremos el problema por superposición en dos fases, para cada una de las cuales la posición de *P* puede, razonablemente, considerarse conocida.

**Primera fase.**—En ella sólo se consideran los términos lineales en *z*, que producen en el terreno tensiones que varían con la profundidad, es decir, el efecto del peso propio  $\gamma$  de las tierras, y se prescinde de la sobrecarga y de las fuerzas de cohesión ( $q=0$ ,  $c=0$ ). Se determina *P'* fuerza necesaria para vencer la resistencia al deslizamiento originada por el peso propio.

**Segunda fase.**—Se consideran en ella los efectos de la profundidad y cohesión *q*, *c* y se supone  $\gamma = 0$ . Se determina *P''*, fuerza necesaria para vencer la resistencia al deslizamiento originada por sobrecarga y cohesión.

La fuerza *P* necesaria para vencer la resistencia al deslizamiento que oponen *q*, *c* y  $\gamma$  es suma de las dos anteriores:

$$P = P' + P''$$

En la primera fase, las tensiones  $\sigma_h$  sobre *EI* siguen ley lineal arrancando de cero en la superficie,  $E_p'$  actúa en el tercio inferior de *EI* y para *P'* se adopta igual posición sobre el segmento *BD*. En la segunda fase  $\sigma_h$  es independiente de *z*,  $E_p''$  actúa en el centro, y también *P''* se supone centrado sobre *BD*.

Para concretar, consideraremos el caso de una zapata de 1 m. de ancho actuando a 1 m. de profundidad sobre un terreno  $\gamma = 1,500 \text{ kg/m}^3$   $\rho = 30^\circ$   $c = 0,2 \text{ kg/cm}^2$  e indicaremos numéricamente en las figuras el proceso del cálculo.

Como primera operación trazaremos un arco de espiral logarítmica, como trayectoria oblicua, cortando bajo el ángulo  $\pi/2 - \rho = 60^\circ$  al haz de rectas que parte de un polo *O*, y utilizaremos esta curva como *plantilla* para definir sucesivas superficies de deslizamiento. Pondremos para ello



FASE 1ª -  $\gamma = 1.500 \text{ Kg/m}^3$   $p = 30^\circ$   $q = 0$   $c = 0$

Escala 1/20

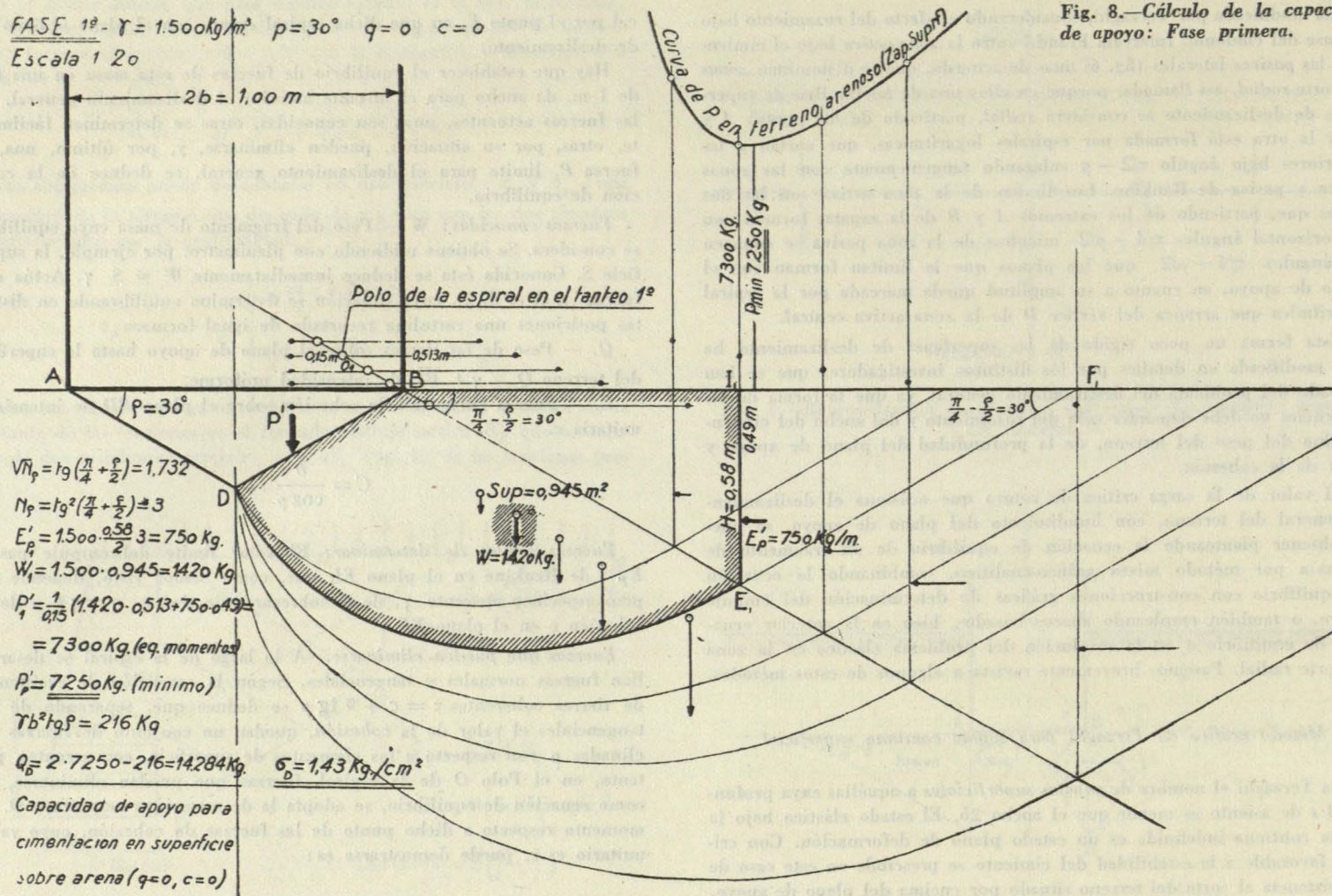


Fig. 8.—Cálculo de la capacidad de apoyo: Fase primera.

el punto  $O$  sobre la recta  $BE$  (fig. 8) y haremos girar la espiral, hasta que pase por el punto  $D$ . Cambiando la posición de  $O$  trazaremos sucesivas superficies de deslizamiento.

Para cada una, siguiendo un método análogo al de Cullmann para la obtención del empuje pasivo, hallaremos los valores de  $P'$  necesarios para el equilibrio de momentos respecto a  $O$  con las fuerzas.

$$E_p' = \frac{1}{2} \gamma H^2 N_p \quad W = S \cdot \gamma$$

De dicha ecuación de momentos respecto al centro de la correspondiente espiral se deduce:

$$P' = \frac{1}{d'} (W d_2' + E_p' d_1')$$

siendo  $d_1'$ ,  $d_2'$  y  $d'$  los brazos de palanca de las fuerzas acotados numéricamente en la figura.

Si se tratase de estudiar el deslizamiento bajo una zapata actuando en la superficie de una masa de arena, esta fase sería suficiente, y para acabar el problema llevaríamos para cada superficie el valor de  $P'$  sobre la vertical de  $E$  a partir del plano de apoyo. Los puntos así obtenidos nos permitirían trazar la ley de variación de  $P'$  señalada en fig. 8. El mínimo de esta curva  $P_p'$  sería la fuerza capaz de producir el deslizamiento en una de las mitades de la zapata, y la superficie correspondiente sería la de probable deslizamiento, acabándose el cálculo de la carga de deslizamiento  $Q_D$  conforme más adelante se indica.

Pero si el terreno es coherente, o la cimentación apoya en profundidad, antes de buscar el mínimo de  $P$  ha de resolverse la segunda fase considerando las mismas superficies de deslizamiento. Procediendo de análogo modo, se determinarán en ella los valores  $P''$  necesarios para el equilibrio de momentos con las fuerzas y momento  $M_{co}$  (fig. 9).

$$E_p'' = H (2c \sqrt{N_p} + q N_p) \quad Q = q \cdot BI$$

$$M_{co} = \frac{c}{2 \lg p} (r_1^2 - r_0^2) \quad C = \frac{b}{\cos \rho} \cdot c$$

Del equilibrio de momentos respecto al polo  $O$  de la correspondiente espiral se deduce

$$P'' = \frac{1}{d_1''} (Q d_2'' + E_p'' d_1'' + C \cdot d_1'' + M_{co})$$

Superponiendo ambas fases conocemos ya para cada superficie de posible deslizamiento la fuerza necesaria para producirlo  $P_i = P_i' + P_i''$ . En correspondencia con el punto  $E_i$  de cada superficie, en su vertical y a partir del plano de apoyo, llevaríamos el correspondiente valor de  $P_i$  y trazariamos su ley de variación, marcada en trazo grueso. El mínimo de esta curva  $P_p$  es la verdadera fuerza capaz de iniciar el deslizamiento.

Conociendo el valor de  $P_p$  se determina ya fácilmente el valor de la capacidad de asiento, planteando el equilibrio de componentes verticales en la cuña de tierra  $ABD$  (fig. 10), limitada por la base de la zapata y los dos planos inclinados  $\rho$  que parten de sus extremos.

En ese equilibrio intervienen la carga crítica  $Q_D$ , las dos fuerzas verticales  $P_p$  en ambas caras oblicuas, las resultantes de cohesión  $C$  en ellas

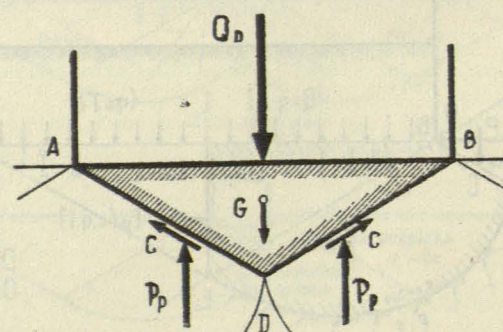


Fig. 10.—Equilibrio de la cuña elástica.



FASE 2ª -  $\gamma = 1500 \text{ Kg/m}^3$   $\rho = 30^\circ$   $t = 1 \text{ m}$   $q = 1500 \text{ Kg/m}^2$   $c = 2000 \text{ Kg/m}^2$

Escala 1/20

NOTA—Por simplicidad, tanto en esta fase como en la anterior, solo se incluye el cálculo de la  $P$  correspondiente a la primera superficie de deslizamiento. Para las restantes se ha procedido de igual modo.

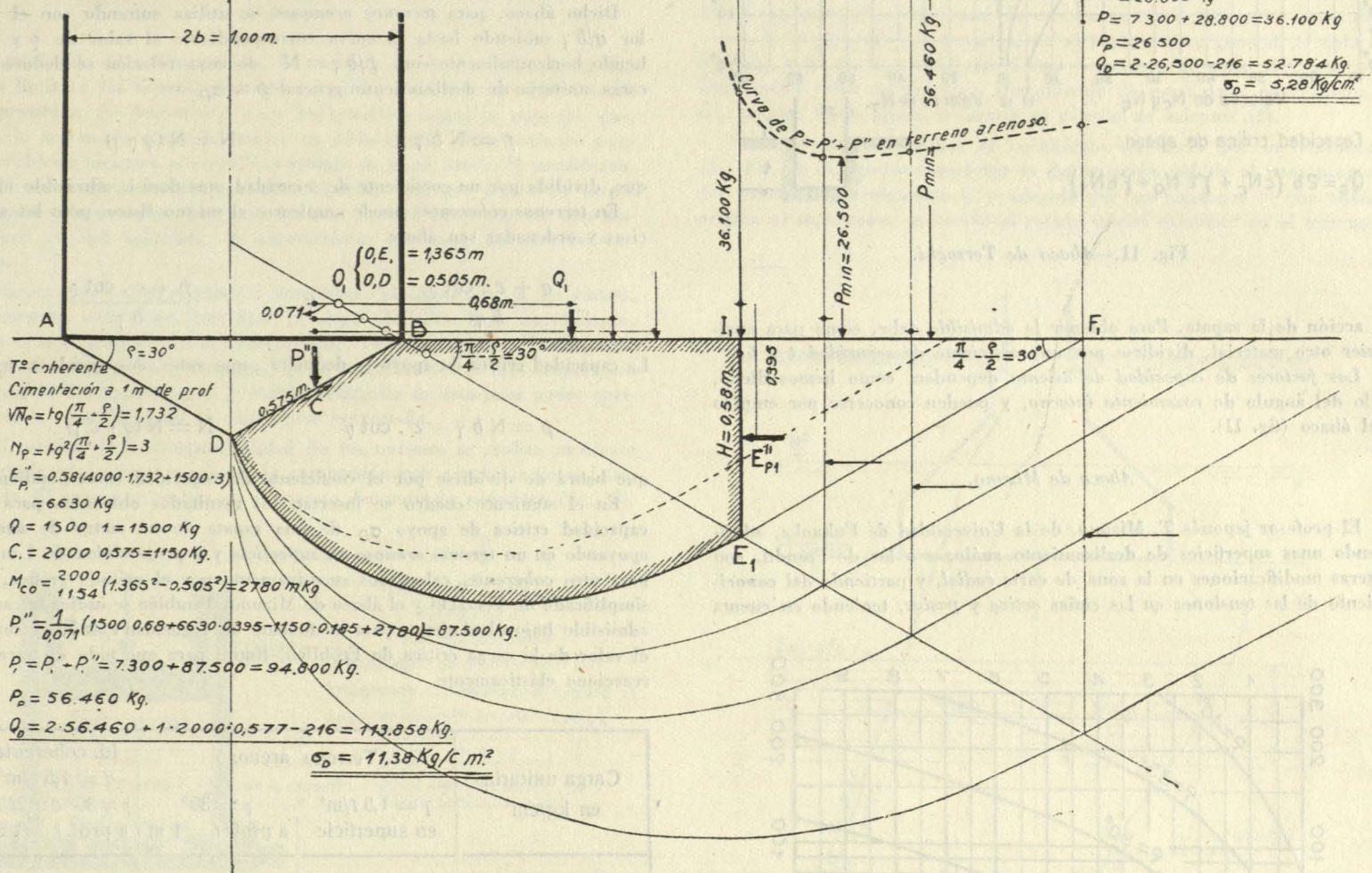


Fig. 9.—Cálculo de la capacidad de apoyo: Fase segunda.

y el peso  $G$  de la cuña de terreno, fuerzas estas últimas cuyos valores son:

$$C = \frac{b}{\cos \rho} \cdot c \quad G = \gamma b^2 \tan \rho$$

La mencionada ecuación de equilibrio de fuerzas, según el eje vertical, da:

$$Q_D + \gamma b^2 \tan \rho - 2 P_p - 2 b c \tan \rho = 0$$

De la cual se despeja

$$Q_D = 2 P_p + 2 b c \tan \rho - \gamma b^2 \tan \rho \quad (I)$$

En terrenos arenosos para cimentación en profundidad han de resolverse las dos fases, la primera exactamente en la forma ya indicada. La segunda, más sencilla que para terrenos coherentes, ya que en  $E_p$  se suprime el término debido a la cohesión. No existe tampoco la fuerza  $C$ , ni el momento  $M_{co}$  debido a la cohesión a lo largo de la espiral, por lo que

$$E_p'' = H \cdot q N_p$$

$$Q = q \cdot BI$$

y por tanto

$$P'' = \frac{1}{d_i} (Q d_i'' + E_p'' d_i'')$$

Hallando la suma  $P_i = P_i' + P_i''$  para cada superficie, se podrá trazar gráfica de variación de  $P_i$  cuyo mínimo da  $P_p$

La capacidad de apoyo, al ser  $c = 0$  (arenas) vale simplemente

$$Q_D = 2 P_p - \gamma b^2 \tan \rho$$

fórmula aplicable tanto para cimentación en superficie como en profundidad.

Fórmula simplificada de Terzaghi.

El proceso que para la obtención de la capacidad de apoyo acabamos de indicar es muy laborioso, y por ello se prefiere recurrir al empleo de fórmulas aproximadas. Terzaghi, partiendo de la ecuación (I) introduciendo en ella una expresión aproximada de  $P_p$  llega a una fórmula que da la capacidad de apoyo como suma de tres términos, que expresan, uno, la influencia de la cohesión; otro, la de la profundidad, y el tercero, la del peso específico, fórmula cuyos coeficientes  $N_c$ ,  $N_q$  y  $N_\gamma$  son función de  $\rho$  y se denominan factores de capacidad de apoyo (12).

$$Q_D = 2 b (c N_c + \gamma t N_q + \gamma b N_\gamma)$$

La carga unitaria  $\sigma_D$  que al ser sobrepasada originaría la falla por deslizamiento general de una zapata continua solicitada por carga centrada es, pues:

$$\sigma_D = c N_c + \gamma t N_q + \gamma b N_\gamma$$

Esta carga debe considerarse como la carga de rotura del terreno bajo



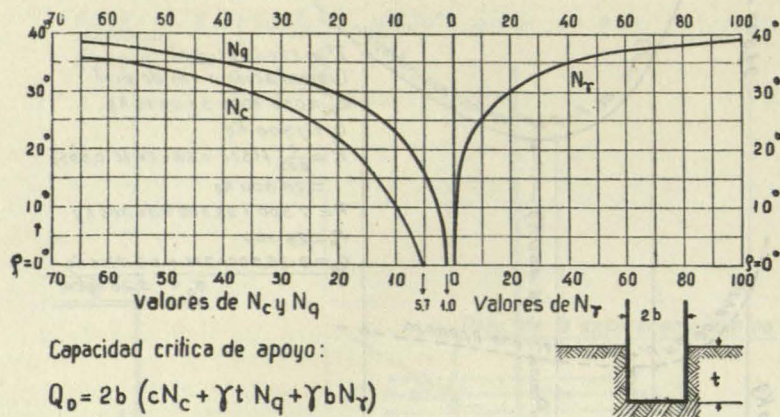


Fig. 11.—Abaco de Terzaghi.

la acción de la zapata. Para obtener la admisible debe, como para cualquier otro material, dividirse por un coeficiente de seguridad 4 a 6.

Los factores de capacidad de asiento dependen, como hemos dicho, sólo del ángulo de rozamiento interno, y pueden conocerse por empleo del ábaco (fig. 11).

#### Abaco de Mizuno.

El profesor japonés T. Mizuno, de la Universidad de Fukuoka, admitiendo unas superficies de deslizamiento análogas a las de Prandtl, con ligeras modificaciones en la zona de corte radial, y partiendo del conocimiento de las tensiones en las cuñas activa y pasiva, teniendo en cuenta

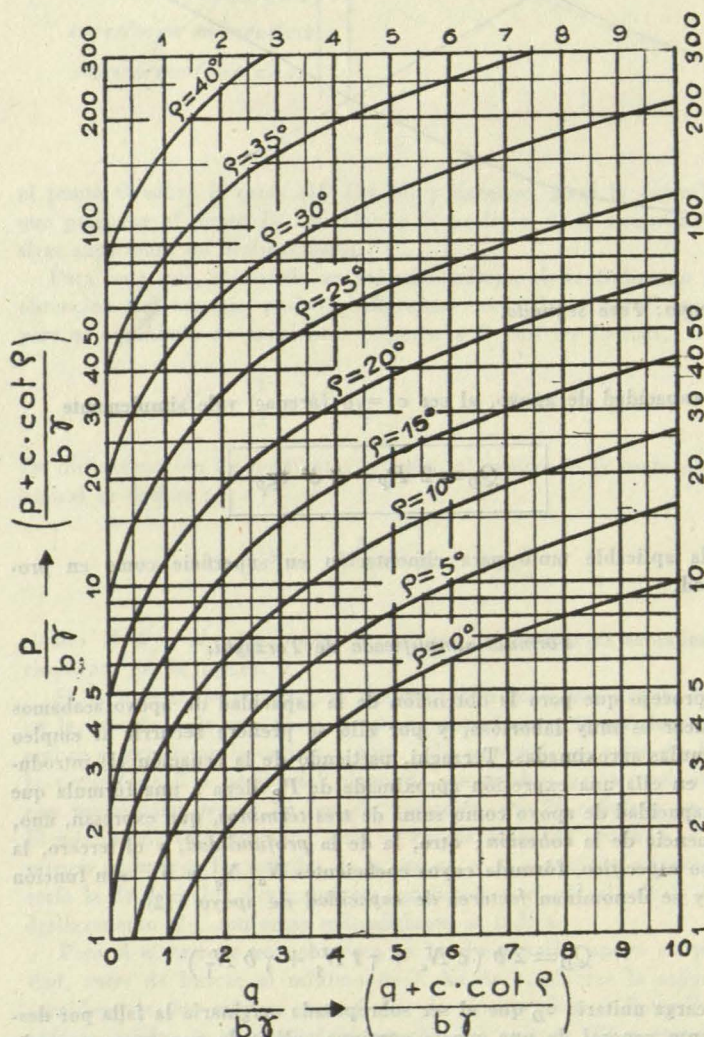


Fig. 12.—Abaco de Mizuno.

el peso propio de las tierras y la profundidad del plano de apoyo, plantea el equilibrio límite en la zona de transición, utilizando el método de la función de Airy para problemas planos y haciendo el estudio en coordenadas polares. Ante la complejidad del problema acomete su resolución por método aproximado, subdividiendo la zona radial en cuñas parciales, y, sin tratar de llegar a una fórmula, reúne los resultados del cálculo en el ábaco adjunto (fig. 12).

Dicho ábaco, para terrenos arenosos, se utiliza entrando con el valor  $q/b\gamma$  subiendo hasta la curva correspondiente al valor de  $\rho$  y saliendo horizontalmente con  $p/b\gamma = N$  de cuya relación se deduce la carga unitaria de deslizamiento general  $p = \sigma_D$

$$p = N b \gamma \quad N = N(q \rho \gamma)$$

que, dividida por un coeficiente de seguridad, nos dará la admisible (11).

En terrenos coherentes puede emplearse el mismo ábaco, pero las abscisas y ordenadas son ahora

$$\frac{q + c \cdot \cot \rho}{b \gamma} \quad y \quad \frac{p + c \cdot \cot \rho}{b \gamma}$$

La capacidad crítica de apoyo se deducirá, como antes, despejando  $p = \sigma_D$

$$p = N b \gamma - c \cdot \cot \rho \quad N = N(q \rho c \gamma)$$

que habrá de dividirse por el coeficiente de seguridad correspondiente.

En el siguiente cuadro se insertan los resultados obtenidos para la capacidad crítica de apoyo  $\sigma_D$  de una zapata de un metro de ancho apoyando en un terreno arenoso en superficie y a profundidad de 1 m. y para otro coherente, calculados sucesivamente por el método gráfico, el simplificado de Terzaghi y el ábaco de Mizuno. También se indica la carga admisible bajo el cimiento para coeficiente de seguridad  $v = 5$ , así como el valor de la carga crítica de Fröhlich, límite para que todo el terreno reaccione elásticamente.

Carga unitaria en kg/cm <sup>2</sup>	Terreno arenoso		Id. coherente $\gamma = 1,5 \text{ t/m}^3$ $\rho = 30^\circ c = 2 \text{ t/m}^2$ a prof. $t = 1 \text{ m}$ .
	$\gamma = 1,5 \text{ t/m}^3$ en superficie	$\rho = 30^\circ$ a prof. $t = 1 \text{ m}$	
de deslizamiento			
(M. gráfico)	1,43	5,28	11,38
(F. <sup>a</sup> Terzaghi)	1,5	4,75	12,1
(A. <sup>o</sup> Mizuno)	1,42	4,95	11,5
admisible ( $v = 5$ )	0,28	1,02	2,28
de Fröhlich	0	0,69	2,28

La capacidad de apoyo en zapatas cuadradas y circulares es algo menor. De los resultados experimentales se han deducido unas soluciones aproximadas modificando ligeramente la fórmula establecida para zapatas continuas por Terzaghi. Dichas fórmulas son:

$$\text{Zapata circular} \quad \sigma_D = 1,3 c N_c + \gamma t N_q + 0,6 \gamma R N_\gamma$$

$$\text{Zapata cuadrada} \quad \sigma_D = 1,3 c N_c + \gamma t N_q + 0,8 \gamma b N_\gamma$$

siendo  $N_c$ ,  $N_q$ ,  $N_\gamma$  los mismos factores de capacidad de apoyo de las zapatas continuas dados por el ábaco de la figura 11.

En todo lo anterior se ha supuesto que la carga está centrada sobre la zapata, y que, por tanto, los deslizamientos son simétricos. Si el punto de aplicación de la carga no está situado exactamente en el eje, según Terzaghi, la falla del terreno que la soporta comienza por el lado de la excentricidad. Como consecuencia, el hundimiento de la zapata vendrá acompañado por una inclinación de su base hacia el lado de la excentricidad. Si la excentricidad es muy pequeña, la carga requerida para producir este tipo de falla es casi igual a la carga requerida para producir una falla por corte general simétrico. Bajo carga excéntrica la falla se produce a causa del intenso corte radial sobre la mitad más sobrecar-



goda, mientras las deformaciones en la zona de corte radial del otro lado son aún insignificantes. Por esta razón la falla siempre está acompañada por un fuerte levantamiento de las tierras por el lado hacia el que se inclina la zapata (12).

#### CRITERIO DE LA DEFORMACIÓN.

##### Preliminares.

Atendiendo a la deformación, los terrenos pueden clasificarse en dos tipos límites: los terrenos *poco compresibles* y los terrenos *fuertemente compresibles*. Se denominan poco compresibles aquellos terrenos que, bajo la acción de cargas normales en edificación, sufren asientos poco apreciables y alcanzan el equilibrio estable en plazo breve. Se consideran, por el contrario, muy compresibles, aquellos que por efecto de cargas normales sufren cedimientos muy fuertes. Estos últimos pueden aún clasificarse en dos subtipos: de *asentamiento rápido* y de *asentamiento lento*.

Parece que los dos criterios anteriores, el *elástico* y el de *rotura*, deberían ser suficientes para fijar la carga admisible bajo un cimiento, y así es si el terreno es poco compresible. Pero, en terrenos fuertemente compresibles, o en otros términos, poco consolidados, es muy importante conocer la deformación y el probable desarrollo de ésta para poder comprobar la estabilidad de la edificación proyectada.

El estudio de la compresibilidad de los terrenos se realiza mediante el ensayo *edométrico*, o ensayo de *compresión con expansión lateral impedida*. El ensayo se realiza en el aparato denominado *edómetro* (fig. 13),

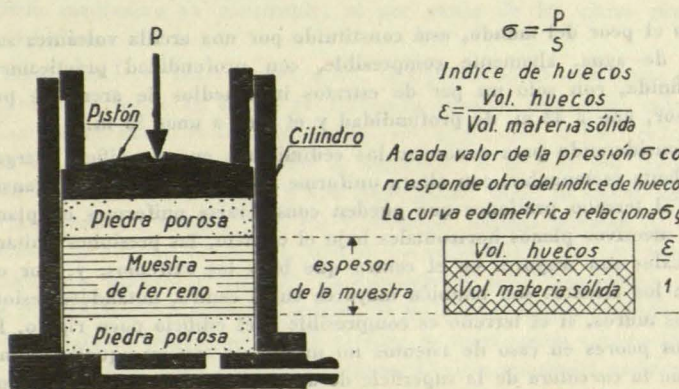


Fig. 13.—Edómetro.

colocando una muestra inalterada de terreno, de espesor conocido, entre dos piedras porosas, en el interior de un cilindro, destinado a impedir su expansión, comprimiéndola por pesos conocidos mediante un pistón y midiendo sus acortamientos. Las piedras porosas tienen por objeto facilitar la expulsión del agua cuando, por efecto de la presión, tienda ésta a salir de los poros.

Mediante este ensayo se obtiene una representación aproximada del estado del terreno bajo un grupo de zapatas, ya que las presiones laterales producidas por el propio terreno y por la acción de las restantes zapatas crea un obstáculo al menos parcial a la expansión.

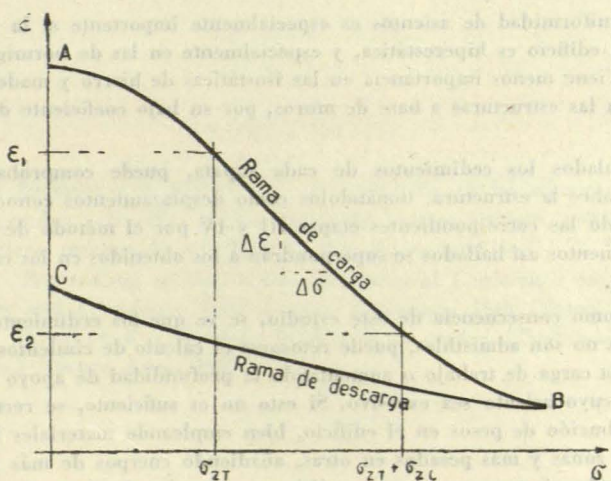


Fig. 14.—Curva edométrica.

El curso del ensayo se refleja en la curva edométrica, obtenida llevando en abscisas los valores de la presión unitaria  $\sigma$  y en ordenadas los índices de huecos  $\varepsilon$  correspondientes a estados de equilibrio, es decir, una vez alcanzada la deformación. (Índice de huecos  $\varepsilon = \text{Vol. huecos} / \text{Vol. materia sólida}$ .)

Al crecer las cargas disminuye el índice de poros, y la curva, durante la fase de carga, adopta una forma semejante a la marcada en el trazo AB de la figura 14, siendo llamada esta curva *rama principal* o *rama de carga*. Si se procede a la descarga, no se recupera, en general, la deformación, y la curva adopta una forma semejante al trazo BC, que es denominada *rama de descarga*. Disponiendo de estos datos experimentales, veamos cómo puede realizarse el cálculo de asientos (2).

Naturalmente, al estudiar el cedimiento originado por un cimiento (fig. 15), no es preciso considerar la deformación debida al peso propio del terreno, sino solamente la producida por las tensiones  $\sigma_z$  que aquél origina al superponer su acción al estado inicial existente en el terreno.

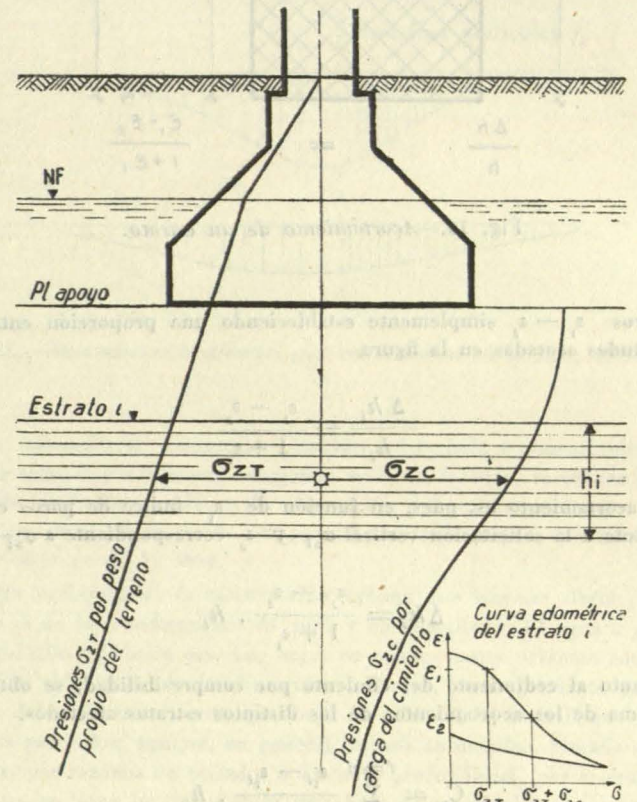


Fig. 15.—Presiones verticales bajo un cimiento.

Las presiones  $\sigma_{zT}$  en el terreno, supuesto que éste fuese homogéneo y que no existiera la zapata, seguirían *ley lineal creciente*, partiendo de cero en la superficie; pero esta ley se quiebra si hay estratos de distinto peso específico, o por efecto de la subpresión si a partir de una profundidad está el terreno anegado (crillas de río o mar). Representemos horizontalmente estas tensiones hacia la izquierda sobre el eje del cimiento. Desde este mismo eje, pero a la derecha, llevemos horizontalmente los valores de  $\sigma_{zc}$  presiones unitarias verticales bajo el eje del cimiento originadas por la carga que transmite la zapata, presiones que pueden calcularse por las fórmulas de Boussinesq o de Fröhlich, o por ábacos como los de Newmark o Steinbrenner. Estas presiones van decreciendo en intensidad hasta que, al llegar a cierta profundidad, pueden considerarse despreciables.

#### Cálculo del asiento de un cimiento.

Con estos datos y los diagramas edométricos a distintas profundidades pueden calcularse los acortamientos de cada estrato originados por  $\sigma_{zc}$  y, en consecuencia, el asiento total del cimiento. Veamos el modo de proceder.

Subdividamos el terreno bajo la zapata en estratos de poco espesor, tomando, desde luego, como puntos de división forzados aquéllos en que el terreno cambie de características. Sea  $h_i$  el espesor de uno de estos



(fig. 16),  $\sigma_{zT}$  la presión vertical media debida al peso del terreno y  $\sigma_{zc}$  la originada por el cimiento. Al pasar de la sollicitación  $\sigma_{zT}$  a la  $\sigma_{zT} + \sigma_{zc}$  el índice de huecos pasa de  $\epsilon_1$  a  $\epsilon_2$  y el estrato, de espesor  $h_i$  se acorta en  $\Delta h_i$ . El acortamiento  $\Delta h_i$  se puede deducir de la variación del índice

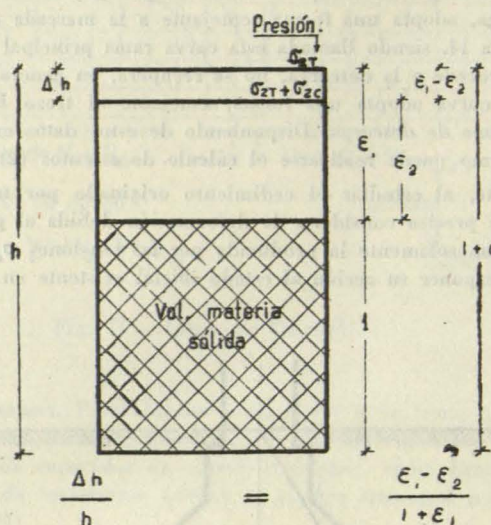


Fig. 16.—Acortamiento de un estrato.

de poros  $\epsilon_1 - \epsilon_2$  simplemente estableciendo una proporción entre las magnitudes acotadas en la figura

$$\frac{\Delta h_i}{h_i} = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{1 + \epsilon_1}$$

El acortamiento es, pues, en función de  $\epsilon_1$  índice de poros correspondiente a la sollicitación vertical  $\sigma_{zT}$  y  $\epsilon_2$  correspondiente a  $\sigma_{zT} + \sigma_{zc}$ .

$$\Delta h_i = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{1 + \epsilon_1} \cdot h_i$$

En cuanto al cedimiento del cimiento por compresibilidad, se obtendrá por suma de los acortamientos de los distintos estratos afectados,

$$C_c = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\epsilon_{1i} - \epsilon_{2i}}{1 + \epsilon_{1i}} \cdot h_i$$

y su cálculo puede efectuarse ordenadamente en una tabla.

No hay que olvidar, sin embargo, que, en edificación, las zapatas de soportes están relativamente próximas, y a unos 4 ó 5 m. de profundidad bajo el plano de apoyo empiezan a influir las tensiones originadas por las inmediatas sobre las de la que tenemos en estudio. El cedimiento calculado sería, pues, falso si prescindieramos de esta influencia. Las tensiones  $\sigma_{zc}$  no deben, pues, ser simplemente las originadas por la zapata en estudio, sino las existentes en su eje por las cargas del conjunto.

A estos efectos, para estudiar las tensiones a cierta profundidad, en virtud del Principio de Saint-Venant, tanto da sustituir las cargas repartidas de zapata por fuerzas aisladas en sus c. d. g. y proceder por superposición a partir de los ábacos de Fröhlich, como imaginar (si la hipótesis se considera aceptable) repartida la carga en toda el área del edificio (Abacos de tensiones de Newmark).

Si el terreno es homogéneo, o no habiendo hecho sondeos, se presume que lo es, los cedimientos pueden estimarse por los ábacos de asientos de Newmark (3). Pero entonces ha de conocerse explícitamente el módulo  $E$  del terreno. Este, que es variable con el estado de sollicitación, puede calcularse partiendo de la curva edométrica del modo siguiente:

$$E = \frac{\Delta \sigma}{\Delta h/h} \quad \text{pero} \quad \frac{\Delta h}{h} = \frac{\Delta \epsilon}{1 + \epsilon} \quad \text{luego} \quad E = \frac{\Delta \sigma}{\Delta \epsilon} (1 + \epsilon)$$

**Consecuencias.**—Conociendo los asientos sufridos por los cimientos, puede juzgarse si aquéllos son tolerables para la estructura, bien enten-

dido que un asiento uniforme no ofrece peligro, ni aun siendo de cierta entidad. Asientos uniformes, incluso de algunos centímetros, no llegan a apreciarse, y notables son los casos de edificios que han asentado incluso metros.

La Catedral de Königsberg se estima que ha sufrido un asiento de 1,68 m. en 500 años. El Teatro Nacional de Méjico ha sufrido asientos no uniformes hasta de 1,70 m. en sólo 12 años, y esto no debe extrañar, si se considera que el subsuelo de la ciudad de Méjico, considerado quizá

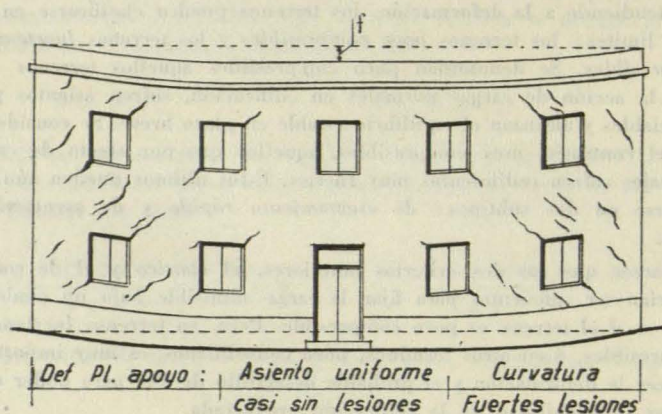


Fig. 17.—Lesiones por desigualdad de asientos.

como el peor del mundo, está constituido por una arcilla volcánica saturada de agua, altamente compresible, con profundidad prácticamente indefinida, con sólo un par de estratos intermedios de arena de poco espesor, uno a 32 m. de profundidad y el otro a unos 55 m.

Considerando para concretar los cedimientos en un edificio alargado de planta rectangular, con altura uniforme (fig. 17), no obstante transmitirse al terreno presiones que pueden considerarse uniformes en planta, para sucesivos planos horizontales bajo el edificio, las presiones unitarias verticales son mayores en el centro que bajo los extremos, y, por esta razón los asientos son también mayores en el centro, notándose lesiones en los muros, si el terreno es compresible y el edificio poco rígido. Los efectos peores en caso de asientos no uniformes son en aquellos puntos en que la curvatura de la superficie de apoyo, inicialmente plana, es más acentuada. También puede ser perjudicial el giro del plano de apoyo del edificio. Carece, en cambio, de importancia, al menos teóricamente, el asiento uniforme, y a él debemos tender en terrenos compresibles, calculando entonces la cimentación con el criterio de uniformidad de asientos.

Cuando la planta del edificio y sus cargas no tienen centro de simetría, los cedimientos son desiguales, con tendencia al giro. Así, para una planta en L uniformemente cargada, tiende a hundirse el vértice, y para una planta en U, la arista exterior del cuerpo central. Por tanto, aunque corrientemente se tiende a conseguir que el c. d. g. de las superficies de cimentación coincida con el punto de paso de la resultante de las cargas, en caso de edificios en L o en U, esto no es suficiente. Se procurará entonces que el momento formado por la resultante de las cargas y la de las reacciones tenga sentido opuesto al del giro esperado. Calculados después los cedimientos, comprobaremos si la solución adoptada es acertada o ha de corregirse.

La uniformidad de asientos es especialmente importante si la estructura del edificio es hiperestática, y especialmente en las de hormigón armado. Tiene menos importancia en las isostáticas de hierro y madera, así como en las estructuras a base de muros, por su bajo coeficiente de elasticidad.

Calculados los cedimientos de cada zapata, puede comprobarse el efecto sobre la estructura, tomándolos como desplazamientos conocidos y realizando las correspondientes etapas III y IV por el método de Cross. Los momentos así hallados se superpondrán a los obtenidos en los cálculos iniciales.

Si, como consecuencia de este estudio, se ve que los cedimientos que aparecen no son admisibles, puede retocarse el cálculo de cimientos reduciendo la carga de trabajo o aumentando la profundidad de apoyo en las zapatas cuyo asiento sea excesivo. Si esto no es suficiente, se rectificará la distribución de pesos en el edificio, bien empleando materiales ligeros en unas zonas y más pesados en otras, añadiendo cuerpos de más altura, o lastrando ciertas zonas o, por último, vaciando el sótano en forma conveniente para acercarse a la uniformidad.



### III.—PROBLEMAS DE CIMENTACION QUE SE PLANTEAN EN LA CONSTRUCCION URBANA

No puede ser igual la posición de un Ingeniero y de un Arquitecto ante los métodos y problemas de la Mecánica del Suelo. El Ingeniero, que ha de proyectar una obra importante, casi siempre en terrenos sin ninguna otra edificación, precisa acudir con más frecuencia al reconocimiento del subsuelo.

Las obras arquitectónicas importantes están, generalmente, emplazadas en aglomeraciones urbanas cuyo subsuelo es por ello más conocido, y, confiados en este conocimiento práctico, se resuelven con frecuencia los problemas de cimentación. Sin embargo, no cabe duda que deberían someterse a revisión los coeficientes de trabajo usualmente admitidos en cada población para el terreno, contrastándolos con los resultados que se deducen por aplicación de los principios de la Mecánica del Suelo. El ir reuniendo datos permitiría con el tiempo formar una *carta geotécnica* del subsuelo de las poblaciones importantes, que permitiera aprovechar de modo colectivo los resultados de los ensayos y experiencias que vayan realizándose.

Otro problema típico de la construcción arquitectónica, que no puede perderse de vista y que complica mucho los problemas de la cimentación, así como de vaciado en zona urbana, es el que presenta la construcción junto a una medianería. Actualmente, el primero que construye junto a una linde no tiene más cortapisa que la de limitarse a su solar, y puede contar con el estado del terreno que encuentre en el momento de construir. El que lo hace después, ha de afrontar los problemas mecánicos y legales que allí existen, y es responsable de la estabilidad del edificio medianero ya construido, si por causa de las obras produce en él lesiones.

Siguiendo leyes físicas inalterables, la repartición de una carga en el terreno se extiende en forma próximamente radial, abarcando cada vez zonas más anchas al considerar estratos más profundos, si bien reduciéndose en intensidad los esfuerzos al alejarnos de la base del cimiento. Todo el que construye junto a una linde *altera*, pues, el estado natural de *tensiones* del terreno (fig. 18) y produce, además, *asientos* y *corrimientos*, no sólo en su terreno, sino en los colindantes. Corrimientos horizontales y asientos verticales, generalmente de poca importancia, pero que pueden llegar a ocasionar grietas en las construcciones inmediatas, e incluso lesiones importantes, si el terreno es fuertemente compresible, y de las cuales es legalmente responsable. El que construyó primero ha dado, pues, origen a una servidumbre, que resulta de consecuencias bastante duras cuando el subsuelo es malo, ya que, en muchos casos, estas lesiones son inevitables.

Las obras en un solar rodeado de edificaciones son siempre delicadas y de responsabilidad, de no ser en terrenos muy compactos y coherentes.

El vaciado de un solar, aun no descendiendo por bajo del plano de apoyo de los edificios colindantes, reduce la capacidad de carga del terreno, y pone, por tanto, en peligro, en más o menos grado, la cimentación de las fincas inmediatas, con la consiguiente amenaza para éstas.

El peligro es inminente si se descende por bajo del plano de apoyo de los edificios vecinos, y sigue existiendo, aun cuando en menor grado, si en el vaciado nos separamos de la medianería, dejando una banqueta de tierras. Como trabajo previo al vaciado se impone, pues, en estos casos el recalde de las fincas colindantes.

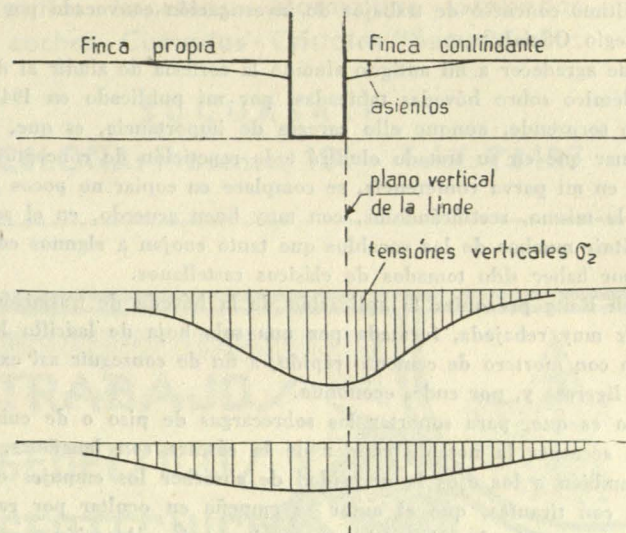


Fig. 18.—Alteraciones originadas por un cimiento en la finca colindante.

Los agotamientos durante la ejecución del vaciado y cimentación hacen perder humedad al terreno, rebajando su nivel freático, favorecen el acarreo de partículas, producen la contracción del terreno y tienden a ocasionar asientos, aunque sólo sea por la pérdida de agua, incluso en edificios alejados de la obra.

Otro problema de la construcción urbana que impone cierta prudencia es el de las conducciones de agua y alcantarillado. El agua a presión es especialmente peligrosa. Las fugas en conducciones originan socavones que han sido causa de muchas ruinas. Parece, pues, prudente poner el plano de apoyo francamente por bajo de ellas. El alcantarillado ocasiona efectos parecidos, aunque, en general, menos acentuados. Situado en ocasiones, por razones de trazado, a bastante profundidad, por economía no siempre se lleva la cimentación más baja de su nivel.

### BIBLIOGRAFIA

Las llamadas a la Bibliografía comprendidas en los números 1 a 10 corresponden a las citas hechas al fin del primer artículo, publicado en el número anterior de esta Revista. Consúltense también:

11) *Proceedings of the Second International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*. Rotterdam, 1948 (Tomo III).

12) TERZAGHI, K.: *Mecánica teórica de los suelos*. (Traducción, R. E. Fontan.) Buenos Aires, 1945.

### ERRATAS OBSERVADAS

En la primera parte de este artículo, publicado en el número anterior, página 281, columna primera, la segunda fórmula debe aparecer en la forma siguiente:

$$s_m = \frac{p}{\pi \gamma} \left[ \cot \rho - \left( \frac{\pi}{2} - \rho \right) \right] - t$$

En este número, la tercera fórmula, escrita en la parte izquierda de la figura 8, debe ser:

$$E'_1 = 1.500 \cdot \frac{0,58^2}{2} \cdot 3 = 750 \text{ kg.}$$