

# DEL ESFUERZO CORTANTE Y DEL NUMERO X

José L. de León, arquitecto

El trabajo molecular en una pieza prismática tiene la expresión

$$T = \frac{1}{2} \left[ \int \frac{P^2}{EF} ds + \int \frac{M^2}{EJ} ds + \int \frac{\lambda Q^2}{GF} ds + \int \frac{P(t+t_0)}{2} ds + \int \frac{M(t-t_0)}{h} ds \right]$$

donde, generalmente, por su pequeñez, suele prescindirse de la deformación debida al trabajo tangencial

$$\int \frac{\lambda Q^2}{GF} ds,$$

y, por ello, es poco vulgarizada la deducción del número  $\lambda$  que afecta a dicho término; no obstante, cuando la altura del prisma es grande en relación con la luz, ya no es tan lícito prescindir de dicho trabajo, para lo cual hay que deducir previamente  $\lambda$ , y siendo fácil, se expone a continuación su cálculo, que para hacerlo comprensible se empezará por lo más elemental.

Las tensiones al esfuerzo cortante son iguales a las rasantes, por lo cual se pueden referir las primeras a éstas.

La magnitud de los esfuerzos rasantes se determina por la diferencia que entre dos secciones próximas a una distancia  $ds$  originan los momentos flectores  $M$  y  $M + dM$ .

pues

$$M = \int \sigma dF \quad \text{y} \quad \sigma = \frac{My}{J};$$

pero la (b) puede escribirse:

$$dD = \frac{dM}{J} \int y \cdot dF = \frac{dM}{J} S, \quad (c)$$

llamando  $S$  el momento estático de la sección de capas de fibras consideradas, respecto a la ficha neutra.

Sustituyendo  $dD$  de (c) en la (a):

$$\tau \cdot b \cdot ds = \frac{dM}{J} S,$$

despejando la carga unitaria del esfuerzo rasante:

$$\tau = \frac{dM}{ds} \frac{S}{J \cdot b} = \frac{Q \cdot S}{b \cdot J},$$

$b$  es la anchura;  $J$ , el momento de inercia de la sección total;  $Q$ , el esfuerzo cortante en la sección.

De la fórmula anterior se reduce que para una misma sección  $Q$  y  $J$  son constantes, luego  $\tau$  varía con  $S$  y  $b$ ; será máximo en la fibra neutra y nulo en las extremas.

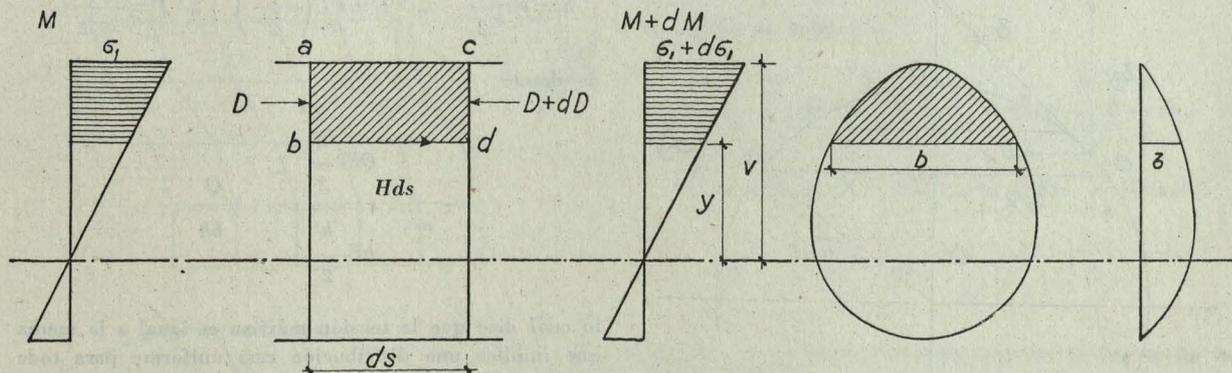


FIG. 1.

Para que exista equilibrio en el trozo de prisma  $abcd$  (fig. 1), precisa:

$$dD = H \cdot ds = \tau \cdot b \cdot ds, \quad (a)$$

pero

$$dD = \int_y^v \frac{dM}{J} y dF, \quad (b)$$

En una misma capa de fibras, el esfuerzo rasante longitudinal varía a lo largo de la misma conforme al esfuerzo cortante  $Q$ .

En la sección rectangular se verifica (fig. 2):

$$S_y^2 = \int_y^{\frac{h}{2}} y dF = \int_y^{\frac{h}{2}} b \cdot y dy = \frac{b}{2} \left( \frac{h^2}{4} - y^2 \right)$$

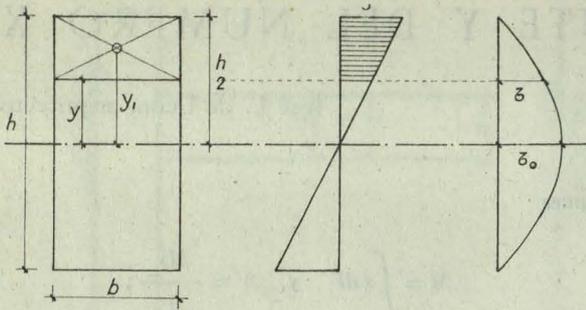


FIG. 2.

el momento de inercia vale:

$$J = \frac{bh^3}{12}$$

y, por consiguiente,

$$\tau = \frac{QS}{bJ} = \frac{Q}{bh^3} \left( \frac{3}{2} h^2 - \delta y^2 \right)$$

ecuación de una parábola; la tensión máxima en la fibra neutra vale para  $y=0$

$$\tau_0 = \frac{3}{2} \frac{Q}{bh}$$

Los esfuerzos cortantes en un punto cualquiera del contorno de la sección siguen la dirección de la tangente, pues si tuviera otra dirección, se podrían descomponer en uno tangencial y otro radial, y como a éste nada se le opone por estar en el contorno, resulta un absurdo.

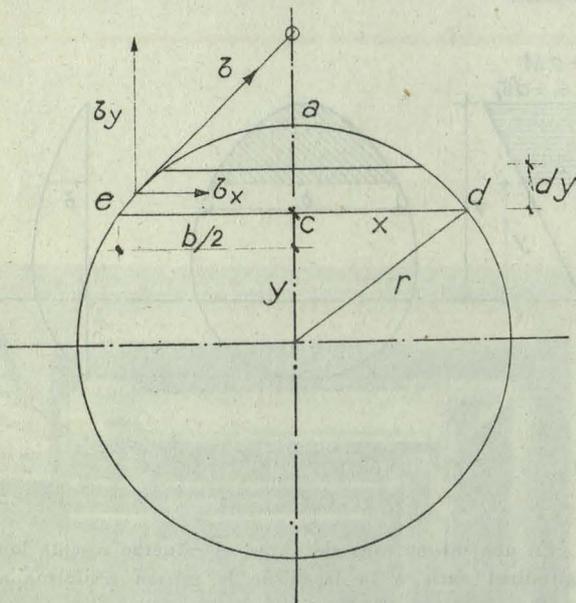


FIG. 3.

En la sección circular (fig. 3)  $x = \sqrt{r^2 - y^2}$ ,

$$S_y = \int_y^r y dF = \int_y^r y \cdot 2x dy = \frac{1}{3} \sqrt{(r^2 - y^2)^3} = \frac{x^3}{3}$$

pero  $x = \frac{b}{2}$ ; luego  $S_y = \frac{b^3}{24}$  para la sección *acd*;  
para la total *ade*,

$$S = \frac{b^3}{12} \quad \text{,,} \quad J = \frac{\pi r^4}{4}$$

de donde se deduce:

$$\tau = \frac{QS}{yJ} = \frac{Qb^2}{3\pi r^4}$$

la componente horizontal, si no se halla gráficamente, se determina por ser  $\tau$  tangente:

$$\frac{\tau_x}{\tau} = \frac{y}{b/2} \quad \text{,,} \quad \tau_x = \tau \frac{2y}{b} = \frac{2Qby}{3\pi r^4}$$

y el valor  $\tau$  de la resultante

$$\tau = \frac{Q \cdot b}{3\pi r^4} \sqrt{b^2 + 4y^2} = \frac{2Qb}{3\pi r^2}$$

el valor máximo en el diámetro vale

$$\tau = \frac{4Q}{3\pi r^2}$$

Por último, en la sección doble *T*, para deducir el momento estático, como el de inercia, se puede prescindir del alma; por consiguiente, siendo *F* la sección de una de las alas:

$$S = F_1 \frac{h}{2} \quad \text{,,} \quad J_1 = F_1 \left( \frac{h}{2} \right)^2 \quad \text{,,} \quad J = \frac{F_1 h^2}{2}$$

de donde

$$\tau_{\max} = \frac{Q F_1 \frac{h}{2}}{b F_1 \frac{h^2}{2}} = \frac{Q}{bh}$$

lo cual dice que la tensión máxima es igual a la media que implica una distribución casi uniforme para toda el alma y que desciende bruscamente en las alas, pues variando *S* de un modo continuo y siendo constante *J* y *Q*, *b* aumenta rápidamente de un modo considerable.

La deducción de la deformación vertical de un prisma, sometido a esfuerzo cortante, se deduce (fig. 4)

$$\Delta = \gamma \cdot ds$$

La deformación de un elemento diferencial es una distorsión  $\gamma = \frac{\tau}{G}$ , siendo  $\tau$  la tensión en dicho punto al esfuerzo cortante y *G* el módulo de elasticidad transversal.

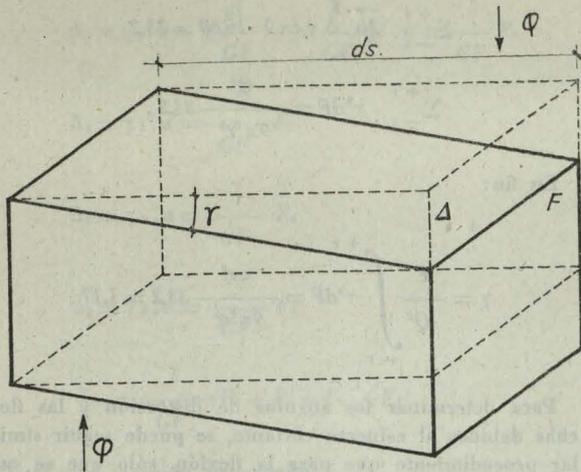


FIG. 4.

La hipótesis de Navier, que dice que la sección transversal de una viga flexada permanece plana mientras no se exceda el límite de elasticidad, no es rigurosamente cierta, salvo en la flexión pura, donde las fibras sólo sufren compresiones o tracciones según su situación con respecto a la fibra neutra y con tensiones proporcionales a sus distancias a la misma, pero cuando actúa el esfuerzo cortante en la flexión ordinaria, ya se ha visto que varía a lo largo de la sección, siendo nulo en los extremos; por consiguiente, las deformaciones que ocasiona son variables, lo que da como resultado el que la sección se curve (fig. 5).

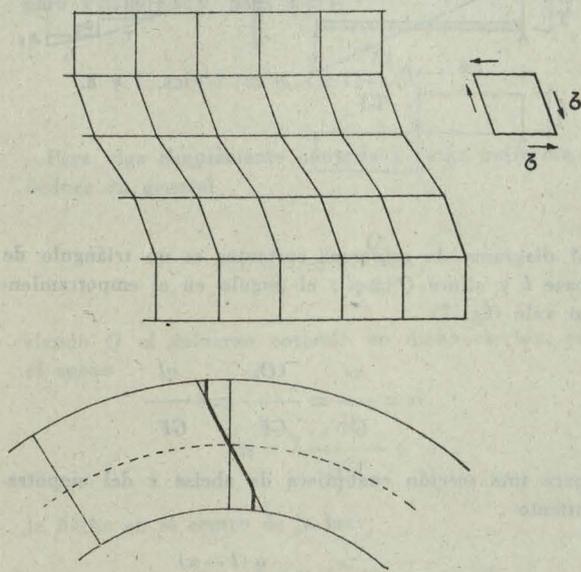


FIG. 5.

Si el esfuerzo cortante  $Q$  se repartiera uniformemente en toda la sección  $F$ , dando una carga unitaria  $\tau = \frac{Q}{F}$ , el trabajo elástico resultaría sencillamente de multiplicar  $\frac{Q}{2}$  por el recorrido, igual para todos

los elementos de la sección y gradualmente desarrollado. Así, para un elemento diferencial sería:

$$dT = \tau ds = \frac{\tau}{G} ds = \frac{Q}{GF} ds,$$

y para todo el prisma:

$$T = \int \frac{1}{2} Q \frac{Q}{GF} ds = \int \frac{Q^2}{2GF} ds.$$

Pero como  $\tau$  es variable, el recorrido medio, es decir, el que multiplicado por  $\frac{Q}{2}$  da el trabajo, es desconocido, pero se puede suponer que es el producto de ese mismo, por un número  $\lambda$  que se denomina de distribución y cuya determinación es el fin de este artículo.

Para hallarlo, se puede escribir que el trabajo almacenado en un prisma de sección  $F$  y longitud  $ds$  vale

$$\frac{1}{2} Q \cdot \lambda \frac{Q}{GF} ds = \frac{1}{2} \lambda \frac{Q^2}{GF} ds.$$

En una fibra de sección  $dF$  la fuerza elástica tangencial  $\tau \cdot dF$  experimenta un recorrido  $\tau \cdot ds$  y desarrolla un trabajo

$$\frac{1}{2} \tau dF \cdot \frac{\tau}{G} ds = \frac{1}{2} \frac{\tau^2}{G} ds \cdot dF.$$

Para la sección total, se tendrá:

$$\frac{1}{2} ds \int \frac{\tau^2}{G} dF = \frac{1}{2} \lambda \frac{Q^2}{GF} ds,$$

de donde se deduce:

$$\lambda = \frac{F}{Q^2} \int \tau^2 dF = \frac{F}{Q^2} \int \frac{Q^2 S^2}{b^2 J} b \cdot dy = \frac{F}{J^2} \int \frac{S^2}{b} dy;$$

$\lambda$  es un número abstracto, según indica la fórmula:

$$\lambda = \frac{S^2}{Q^2} \tau^2 S^2 = \frac{S^2}{Q^2} \left( \frac{Q^2}{S^2} \right)^2 S^2,$$

número que traduce la influencia de la forma de la sección. Definida ésta, es fácil analítica o gráficamente determinar  $\lambda$ .

Ejemplo 1.º Sección rectangular (fig. 6); el momento estático vale:

$$S_y = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} y dF = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} y \cdot b dy = \frac{b}{2} \left[ \frac{h^2}{4} - y^2 \right] ;$$

el de inercia:

$$J = \frac{bh^3}{12};$$

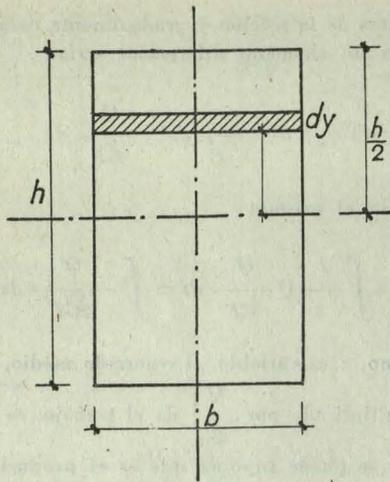


FIG. 6.

la tensión unitaria es:

$$\lambda = \frac{\frac{h}{2} Q S_y}{b \cdot I} = \frac{Q}{bh^2} \left( \frac{3}{2} h^2 - 6y^2 \right)$$

integrando su cuadrado:

$$\int \tau^2 dF = \frac{Q^2}{b^2 h^2} \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \left( \frac{3}{2} h^2 - 6y^2 \right)^2 \cdot dF = \frac{6}{5} \frac{Q^2}{bh}$$

o sea:

$$\lambda = \frac{F}{Q^2} \int \tau^2 dF = \frac{6}{5} = 1,2.$$

Ejemplo 2.º Sección circular; el momento estático de inercia y tensión tangencial valen:

$$S_o^r = \frac{b^3}{12} \quad \text{''} \quad J = \frac{\pi r^4}{4} \quad \text{''} \quad \tau = \frac{Q b^2}{3 \pi r^4}$$

$$\int_{-r}^{+r} \tau^2 dF = \frac{Q^2}{9 \pi^2 r^8} \int_{-r}^{+r} b^4 \cdot b dy ;$$

la determinación aproximada de la integral se calcula como sigue para  $r = 1$  é  $\Delta y = 0,2$ :

b	2b	$\frac{5}{2b}$	$\Delta y$	$\frac{5}{2b \cdot \Delta y}$
$\sqrt{1 - 0,2^2} = 0,99$	1,98	30,0	0,2	6,00
$\sqrt{1 - (2 \cdot 0,2)^2} = 0,96$	1,92	25,8	0,2	5,16
$\sqrt{1 - (3 \cdot 0,2)^2} = 0,89$	1,78	17,8	0,2	3,56
$\sqrt{1 - (4 \cdot 0,2)^2} = 0,78$	1,56	9,4	0,2	1,88

$\Sigma$  16,60

$$\Sigma_{-r}^{+r} \frac{5}{2b \cdot \Delta y} = 2 \cdot 16,60 = 33,2$$

$$\Sigma_{-r}^{+r} \tau^2 dF = \frac{Q^2}{9 \pi^2 r^8} 33,2.$$

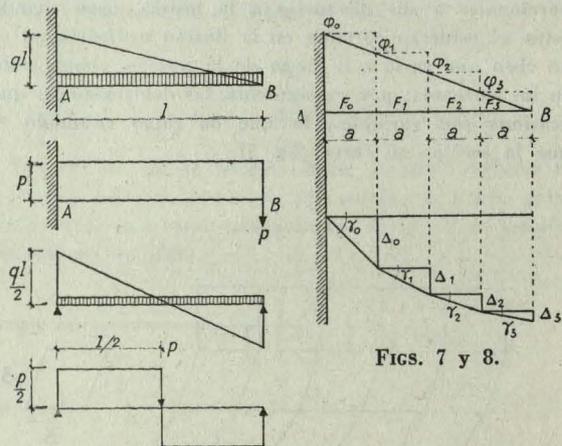
En fin:

$$\lambda = \frac{F}{Q^2} \int_{-r}^{+r} \tau^2 dF = \frac{\pi r^2}{9 \pi^2 r^8} 33,2 = 1,17.$$

Para determinar los ángulos de distorsión y las flechas debidas al esfuerzo cortante, se puede seguir similar procedimiento que para la flexión, sólo que se supone la viga con su carga y el factor  $\frac{1}{EI}$  es sustituido

por  $\frac{\lambda}{GF}$  ó  $\frac{1}{GF}$ , siendo  $F' = \frac{F}{\lambda}$ .

Para una viga en voladizo y empotrada por un extremo con carga uniformemente repartida  $Q = ql$ , en que  $q$  es la carga por metro lineal y  $l$  la luz;



FIGS. 7 y 8.

el diagrama de esfuerzos cortantes es un triángulo de base  $l$  y altura  $Q = ql$ ; el ángulo en el empotramiento vale (fig. 7)

$$\gamma_o = \frac{\tau_o}{G} = \frac{\lambda Q_o}{GF} = \lambda \frac{ql}{GF}$$

para una sección cualquiera de abscisa  $x$  del empotramiento

$$\gamma_x = \frac{\tau_x}{G} = \lambda \frac{q(l-x)}{GF}$$

para el extremo voladizo;  $x = l$ ;  $Q = 0$ ; luego  $\gamma_l = 0$ .

Para deducir la flecha, basta recordar que por ser muy pequeños ángulos y flechas, la tangente (flecha) igual al arco y éste igual al radio por el ángulo. Descomponiendo el diagrama de esfuerzos cortantes (fig. 8), se tiene:

$$Y_s = \Delta_o + \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3$$

$$\Delta_0 = \gamma_0 \cdot a = x \frac{ql}{GF} \cdot a = \frac{\lambda}{GF} ql \cdot a = \frac{\lambda}{GF} F_0$$

$$y = \frac{\lambda Pl}{4GF}$$

$$\Delta_1 = \gamma_1 \cdot a = \frac{\lambda}{GF} F_1$$

$$\Delta_2 = \gamma_2 \cdot a = \frac{\lambda}{GF} F_2$$

$$\Delta_3 = \gamma_3 \cdot a = \frac{\lambda}{GF} F_3$$

$$y_b = \frac{\lambda}{GF} (F_0 + F_1 + F_2 + F_3)$$

Para otra sección intermedia,

$$y_x = \frac{\lambda}{GF} F_1;$$

$F_1$  es la superficie de esfuerzos cortantes entre dicha sección y el empotramiento.

Si es aislada en el extremo del voladizo, el diagrama es un rectángulo de base  $l$  y altura de carga  $P$ ; entonces el ángulo será constante a todo lo largo de la viga

$$\gamma_0 = \frac{\tau_0}{G} = \lambda \frac{P}{GF}$$

y, por consiguiente, las flechas serán proporcionales a las abscisas

$$y = \gamma_0 \cdot x,$$

para  $x=0$ ,  $y=0$ , para  $x=l$

$$y_l = \gamma_0 \cdot l = \frac{\lambda Pl}{GF}$$

Para viga simplemente apoyada y carga uniforme, se deduce en general

$$\gamma = \frac{\tau}{G} = \lambda \frac{Q}{GF},$$

siendo  $Q$  el esfuerzo cortante en dicha sección, para el apoyo

$$\gamma_0 = \lambda \frac{ql}{2GF};$$

la flecha en el centro de la luz:

$$y_{\frac{l}{2}} = \frac{1}{2} \lambda \frac{ql}{2GF} \frac{l}{2} = \lambda \frac{ql^2}{8GF}$$

para carga aislada en el centro del tramo:

$$\gamma_0 = \frac{\lambda P}{2GF}$$

y la flecha en  $\frac{l}{2}$ :

Resumiendo: prescindiendo del factor  $\frac{\lambda}{GF}$ , que es

común tanto en los ángulos como en las flechas de la elástica debida al esfuerzo cortante, los primeros son el esfuerzo cortante en la sección considerada y las flechas la superficie del diagrama de esfuerzo constante desde dicha sección a un apoyo.

Muchas veces, y sobre todo en sistemas hiperestáticos, precisa determinar las deformaciones, y a veces adquiere importancia la debida al esfuerzo cortante, como en el ejemplo siguiente se demuestra.

Sea una viga de hormigón armado con sección  $F = bh$ , de luz  $l$  y cargada en su punto medio con una carga aislada  $P$  y teniendo sus extremos empotrados. Se pide determinar la flecha en el centro de la luz. El cálculo de la flecha por flexión se deduce por la aplicación de los teoremas de Mohr.

En la figura 9 se representan las leyes de variación de los momentos flectores y esfuerzos transversales; el valor de las superficies de momentos es

$$F_1 = F_2 = \frac{1}{2} \frac{l}{4} \frac{Pl}{8} = \frac{Pl^2}{64};$$

las distancias de los centros de gravedad de dichas superficies al punto medio del vano,

$$a = \frac{2}{3} \frac{l}{4} + \frac{l}{4} = \frac{5}{12} l$$

$$b = \frac{1}{3} \frac{l}{4} = \frac{l}{12}$$

por estar empotrada la viga, el ángulo de la elástica en el apoyo es 0, y, por consiguiente, la flecha en el centro vale

$$y_1 = \frac{1}{EJ} (F_1 a - F_2 b) = \frac{1}{192} \frac{Pl^3}{EJ}$$

y la producida por el esfuerzo cortante

$$y_2 = \frac{\lambda}{GF} \frac{Pl}{4}$$

Además, para la sección rectangular,  $J = \frac{bh^3}{12}$ ,  $\lambda = \frac{6}{5}$

y tomando  $G = \frac{2}{3} E$ , la flecha total será:

$$y = y_1 + y_2 = \frac{Pl}{E} \left( \frac{1}{16} \frac{l^3}{bh^3} + \frac{9}{20} \frac{1}{bh} \right)$$

$$y = \frac{Pl}{EF} \left( \frac{1}{16} \frac{l^3}{h^3} + \frac{9}{20} \right)$$

Aplicando esta fórmula, se deduce el siguiente cuadro:

$\frac{h}{l}$	Aumento de la flecha al tener en cuenta el esfuerzo cortante
1/3	80 %
1/4	45 %
1/5	29 %
1/6	20 %
1/8	11 %
1/10	7 %

Se ve, pues, que el aumento de la flecha debido al esfuerzo transversal es grande en piezas empotradas, y sólo será lícito despreciarla cuando  $\frac{h}{l} < \frac{1}{10}$ .

Para terminar, un ejemplo de aplicación numérica al caso de una viga de momento de inercia variable. Las dimensiones se dibujan y acotan en la figura 10.

Primeramente se determinan las secciones en los apoyos que resultan  $Q = 4,72t$  y  $Q = 5,28t$  (todas las operaciones han sido efectuadas con la regla de cálculo). Obtenidas éstas, los momentos de inercia y flectores, se ha procedido a determinar los momentos estáticos de  $\frac{M}{J}$  para poder deducir las reacciones de

apoyo de la viga supuesta cargada con el área de momentos dividida por los de inercia, dichos valores han sido dispuestos ordenadamente en el siguiente cuadro, que, unido a las figuras 9, 10, 11 y 12, aclaran suficientemente su desarrollo.

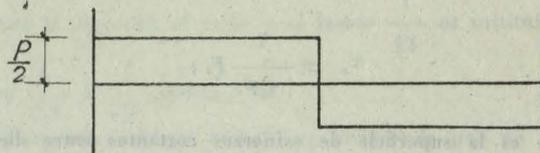
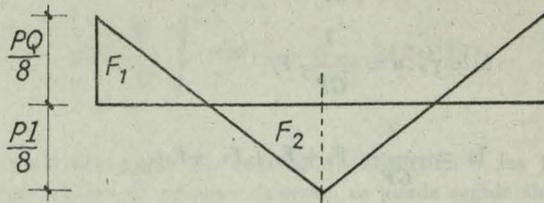
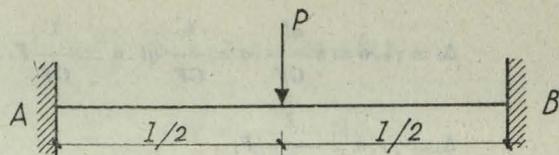


FIG. 9.

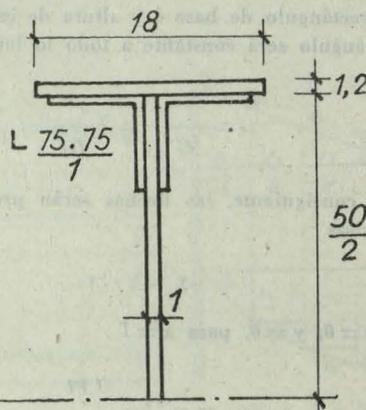


FIG. 12.

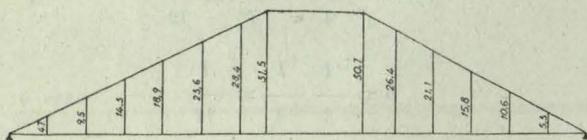


FIG. 10.

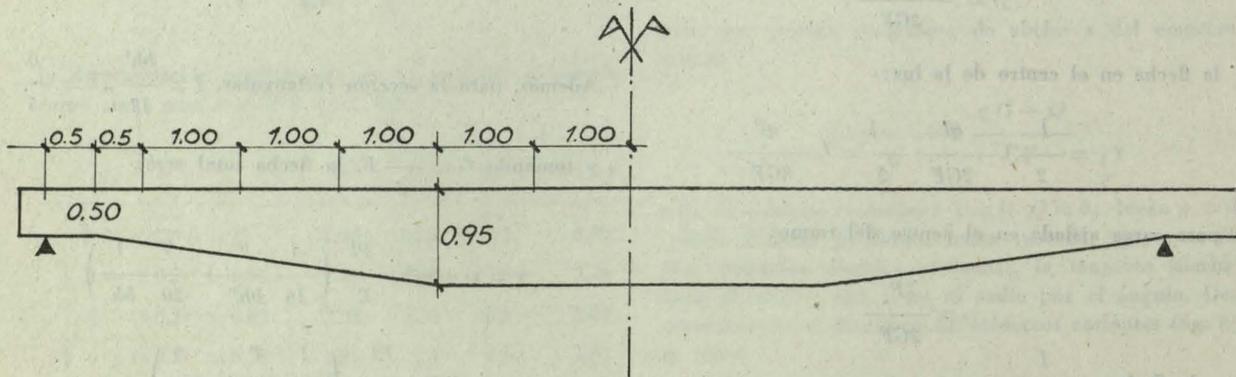
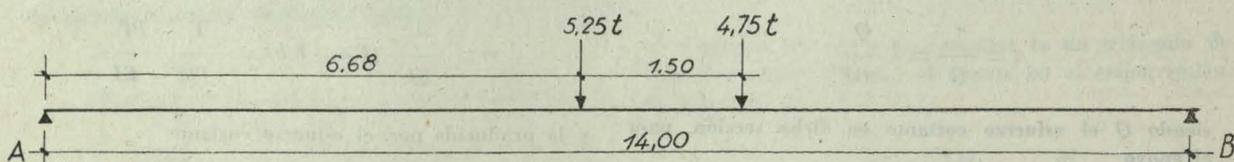


FIG. 11.

x m	h m	1/10 <sup>6</sup> m <sup>4</sup>	J/J <sub>0</sub>	M mt	MJ <sub>0</sub> /J mt	b m	F' m <sup>2</sup> t	x' m	S m <sup>2</sup> t
1,00	0,55	843	0,291	14,7	16,4	1,00	16,4	1,00	16,4
2,00	0,65	1.222	0,423	9,5	22,3	1,00	22,3	2,00	44,6
3,00	0,75	1.688	0,582	14,3	24,3	1,00	24,3	3,00	72,9
4,00	0,85	2.243	0,776	18,9	24,3	1,00	24,3	4,00	97,2
5,00	0,95	2.892	1,000	23,6	23,6	1,00	23,6	5,00	118,0
6,00	0,95	2.892	1,000	28,4	28,4	0,50	14,2	5,67	80,0
6,00	0,95	2.892	1,000	28,4	28,4	0,34	9,6	6,22	59,9
6,68	0,95	2.892	1,000	31,5	31,5	0,34	10,7	6,44	69,0
6,68	0,95	2.892	1,000	31,5	31,5	0,75	23,6	7,18	170,0
8,18	0,95	2.892	1,000	30,7	30,7	0,75	23,0	7,68	177,0
8,18	0,95	2.892	1,000	30,7	30,7	0,41	12,6	8,45	106,0
9,00	0,95	2.892	1,000	26,4	26,4	0,41	10,8	8,71	94,0
9,00	0,95	2.892	1,000	26,4	26,4	0,50	13,2	9,33	123,0
10,00	0,85	2.243	0,776	21,1	27,2	1,00	27,2	10,00	272,0
11,00	0,75	1.683	0,582	15,8	27,2	1,00	27,2	11,00	299,0
12,00	0,65	1.222	0,423	10,6	24,9	1,00	24,9	12,00	299,0
13,00	0,55	843	0,291	5,3	18,1	1,00	18,1	13,00	235,0
Σ							325,9		2.333,0

Del anterior cuadro se obtienen las reacciones en los apoyos

$$Q_B = \frac{S}{l} = \frac{2.333}{14} = 166,5 \text{ m}^2\text{t}$$

$$Q_A = F - Q_B = 325,9 - 166,5 = 159,4 \text{ m}^2\text{t}$$

Para determinar la flecha por flexión en la sección de abscisa 6,68 m habrá que hallar el momento flector para dicha sección de la viga cargada con  $\frac{MJ_0}{J}$ ; los datos para ello se escriben en el siguiente formulario.

x m	F' m <sup>2</sup> t	x'' m	S'' m <sup>2</sup> t
1,00	16,4	5,68	93,0
2,00	22,3	4,68	104,5
3,00	24,3	3,68	89,5
4,00	24,3	2,68	65,3
5,00	23,6	1,68	39,6

6,00	14,1	1,01	14,2
6,00	9,6	0,44	4,2
6,68	10,7	0,22	2,4
Σ			412,7

$$m = Q_A \cdot 6,68 - 412,7 = 652$$

$$y_1 = \frac{m}{EJ_0} \quad J_0 = 289.200 \text{ cm}^4$$

$$y_1 = \frac{652.000.000.000}{2.000.000.289.200} = 1,125 \text{ cm}$$

Para el cálculo de la flecha producida por el esfuerzo transversal, requiere deducir diversos valores de  $\lambda$  en diferentes secciones al ser la viga de sección y momento de inercia variable. Para la sección de 0,50 m de altura de alma,  $\lambda$  se obtiene de la siguiente forma:

Estrias	y	b	$\Delta F = b \Delta y$	y	S = y $\Delta F$	ΣS	ΣS <sup>2</sup> /1.000	Δ y/b	$\frac{S^2}{1.000} \frac{\Delta y}{b}$
	cm	cm	cm <sup>2</sup>	cm	cm <sup>2</sup>	cm <sup>2</sup>	cm <sup>2</sup>		cm <sup>2</sup>
1	1,20	18	21,60	25,60	552	552	304	0,07	21
2	1,00	16	16,00	24,50	392	944	890	0,06	54
3	3,25	3	9,75	22,37	218	1.162	1.340	1,10	1.460
4	3,25	3	9,75	19,12	186	1.348	1.820	1,10	2.000
5	5,83	1	5,83	14,59	85	1.433	2.050	5,83	12.000
6	5,83	1	5,83	8,76	51	1.484	2.200	5,83	12.800
7	5,83	1	5,83	2,92	17	1.501	2.250	5,83	13.200
Σ			74,59						41.535

teniéndose, en resumen:

$$F = 2 \cdot 74,59 = 149,18 \text{ cm}^2$$

$$\Sigma S^2 \frac{\Delta y}{b} = 2.413.550,00 = 2.413.550,00 \text{ cm}^2$$

$$J = 84.300 \text{ cm}^4 \quad J' = 4.570.000.000 \text{ cm}^4$$

Con estos valores se tiene:

$$\lambda = \frac{F}{J'} \Sigma S^2 \frac{\Delta y}{b} = \frac{149,18 \cdot 2.413.550,00}{4.570.000.000} = 2,67$$

Obtenidos otros valores de  $\lambda$ , se puede formar el oportuno cuadro necesario para hallar la flecha debida a los esfuerzos transversales:

Δ x cm	λ	F	λ/F	λ Q <sub>0</sub> /F	λ Q <sub>Δ</sub> x/F
50	2,67	150	0,0179	84	4.200
100	2,65	154	0,0172	81	8.100
100	2,48	164	0,0151	71	7.100
100	2,31	174	0,0133	63	6.300
100	2,17	184	0,0118	56	5.600
100	2,06	194	0,0106	50	5.000
100	2,06	194	0,0106	50	5.000
18	2,06	194	0,0106	50	800
Σ					42.100

Estos resultados pueden verse reflejados en la figura 13.  
 Tomando como módulo de elasticidad transversal  
 $G = \frac{2}{5} E = 800.000 \text{ Kg/cm}^2$ , la deducción de la flecha  
 es inmediata:

$$y_2 = \frac{l}{G} \sum \frac{\lambda}{F} Q \cdot \Delta x = \frac{42.100}{800.000} = 0,052 \text{ cm.}$$

Y la total:

$$y = y_1 + y_2 = 1,125 + 0,052 = 1,177 \text{ cm.}$$

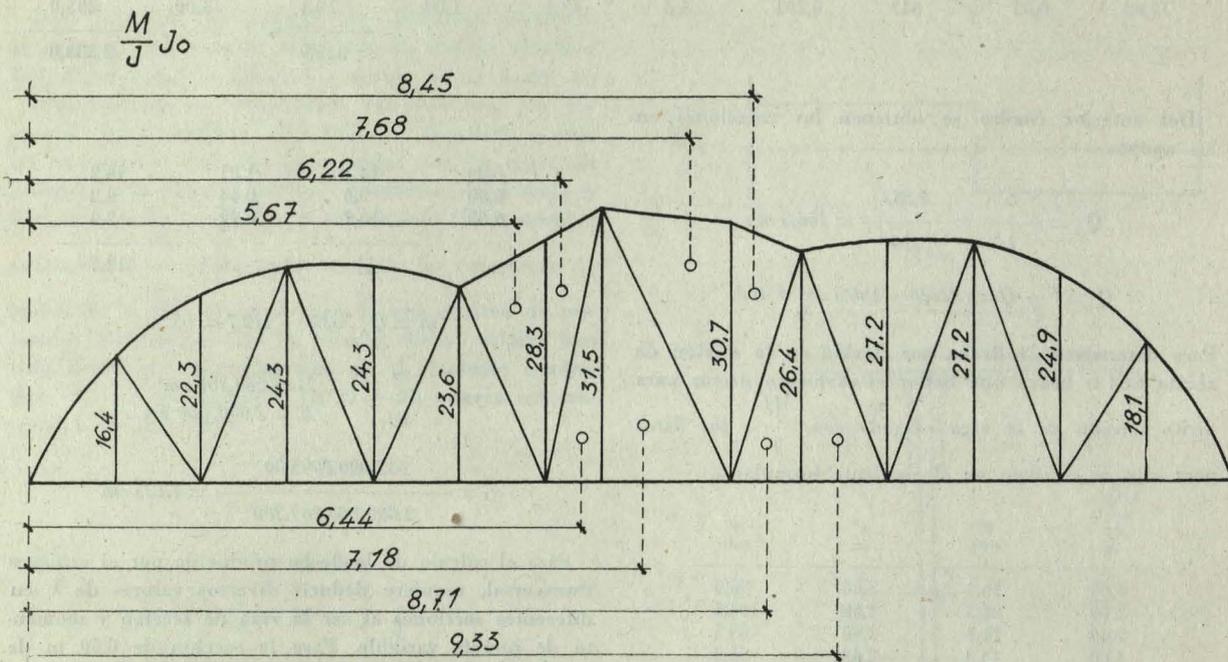


FIG. 13.

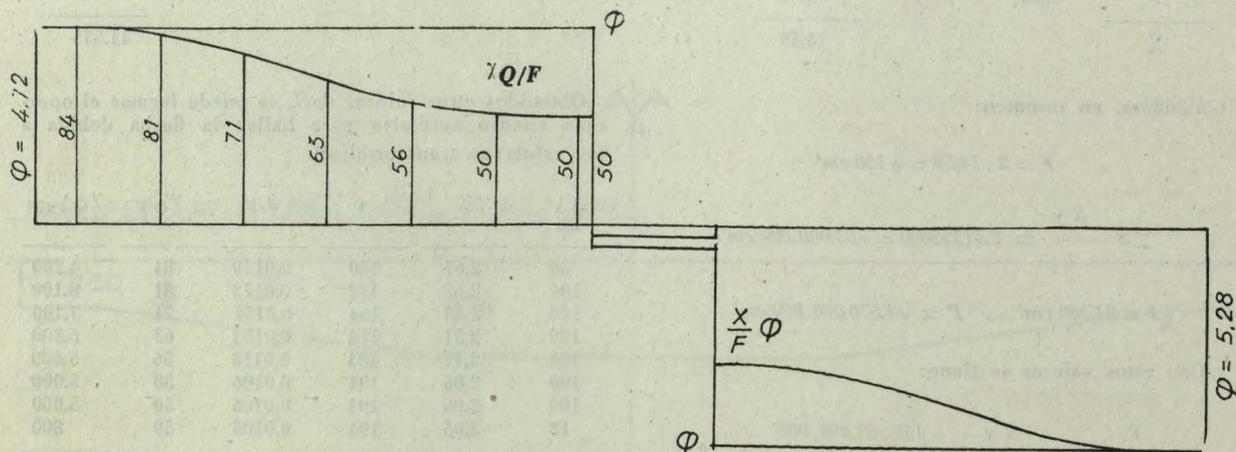


FIG. 14.